厦门市集美中学2022—2023学年度第一学期第三次月考高二数学

满分：150分

一、单项选择题（本题共8道小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知空间向量$\vec{a}=(m+1,m,-2)$，$\vec{b}=(-2,1,4)$，且$\vec{a}\perp\vec{b}$，则m的值为（　　）

A. $-\frac{10}{3}$　　B. -10　　C. 10　　D. $\frac{10}{3}$

2. 直线$l:x+\sqrt{3}y-3=0$的倾斜角α为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{2\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

3. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率是$2$，则其渐近线方程为（　　）

A. $\sqrt{3}x\pm y=0$　　B. $x\pm\sqrt{3}y=0$　　C. $2x\pm y=0$　　D. $x\pm 2y=0$

4. 两平行直线$3x-2y-1=0$和$6x-4y+3=0$间的距离是（　　）

A. $\frac{5\sqrt{13}}{26}$　　B. $\frac{4\sqrt{13}}{13}$　　C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$　　D. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

5. 过点$A(3,1)$的圆C与直线$x-y=0$相切于点$B(1,1)$，则圆C的方程为（　　）

A. $(x-2)^2+y^2=2$　　B. $(x-2)^2+(y-1)^2=1$

C. $(x-3)^2+(y-4)^2=9$　　D. $(x-3)^2+(y+1)^2=8$

6. 已知点P是抛物线$x^2=4y$上的动点，点P在x轴上的射影是点Q，点A的坐标是$(8,7)$，则$|PA|+|PQ|$的最小值为（　　）

A. 7　　B. 8　　C. 9　　D. 10

7. 若直线$l:mx+ny=4$和圆$O:x^2+y^2=4$没有交点，则过点$P(m,n)$的直线与椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$的交点个数为（　　）

A. 0个　　B. 至多有一个　　C. 1个　　D. 2个

8. 已知椭圆C的焦点为$F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$，过F_2的直线与C交于A，B两点.若$|AF_2|=2|F_2B|$，$|AB|=|BF_1|$，则C的方程为

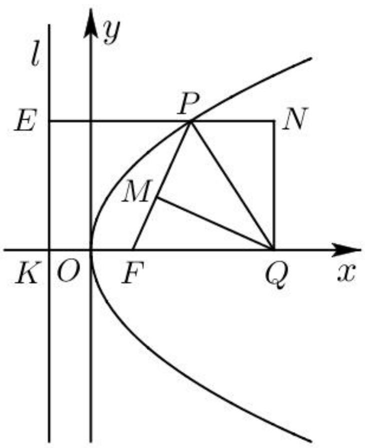
A. $\frac{x^2}{2}+y^2=1$　　B. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$　　C. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　D. $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$

二、多项选择题（本题共 4 道小题，每小题 5 分，共 20 分．漏选得 2 分，错选得 0 分）

9. 点 $M(1,1)$ 为圆 $x^2+y^2-x+y-2m=0$ 外一个点，则实数 m 不可取的值有（　　）

A. $-\frac{1}{4}$　　B. 0　　C. 1　　D. 2

10. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 C： $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，准线为 l．设 l 与 x 轴的交点为 K，P 为抛物线 C 上异于 O 的任意一点，P 在 l 上的射影为 E，$\angle EPF$ 的外角平分线交 x 轴于点 Q，过 Q 作 $QM\perp PF$ 交 PF 于 M，过 Q 作 $QN\perp EP$ 交线段 EP 的延长线于 N，则（　　）



A. $|PE|=|PF|$　　B. $|PF|=|QF|$　　C. $|PN|=|MF|$　　D. $|PN|=|KF|$

11. 瑞士数学家欧拉 1765 年在其所著的《三角形的几何学》一书中提出：任意三角形的外心、重心、垂心在同一条直线上，后人称这条直线为欧拉线．已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(2,0)$、$B(0,4)$，其欧拉线方程为 $x+y-2=0$，则顶点 C 的坐标不可以是（　　）

A. $(-2,2)$　　B. $(-1,1)$　　C. $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$　　D. $\left(\frac{2}{3},-\frac{2}{3}\right)$

12. 已知 $M\left(x_1,2\sqrt{2}-x_1\right),N(x_2,\sqrt{1-8x_2^2})$，令 $S=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(x_1+\sqrt{1-8x_2^2}-2\sqrt{2}\right)^2}$，则 S 取到的值可以有（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

三、填空题（本题共 4 道小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 双曲线 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{k}=1$ 的离心率 $e\in(1,2)$，则实数 k 的取值范围是__________.

14. 直线l过点$A\left(-1,2\right),B\left(-1,\pi\right)$，则直线$l$的方程为________________.

15. 已知空间向量$\vec{a}=(-2,3,-5)$，则向量$\vec{a}$在坐标平面yOz上的投影向量为_________.

16. 已知椭圆E的两个焦点分别为F_1,F_2，点P为椭圆上一点，且$\tan PF_1F_2=\frac{1}{3}$，$\tan PF_2F_1=3$，则椭圆E的离心率为 __.

四、解答题（本题共4道小题，共 40 分，写出必要的文字说明与演算步骤）

17. 若直线l的方程为$ax+2y-a-2=0(a\in R)$.

（1）若直线l与直线$m:2x-y=0$垂直，求a的值；

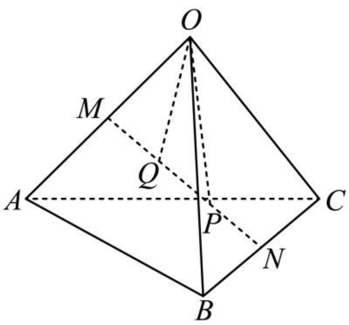
（2）若直线l在两轴上的截距相等，求该直线的方程.

18. 已知以点$A(-1,2)$为圆心的圆与______，过点$B(-2,0)$的动直线l与圆A相交于M，N两点.从①直线$x+2y+7=0$相切；②圆$(x-3)^2+y^2=20$关于直线$2x-y-1=0$对称；③圆$(x-3)^2+(y-2)^2=5$的公切线长$\sqrt{11}$这3个条件中任选一个，补充在上面问题的横线上并回答下列问题.

（1）求圆A的方程;

（2）当$|MN|=2\sqrt{19}$时，求直线l的方程.

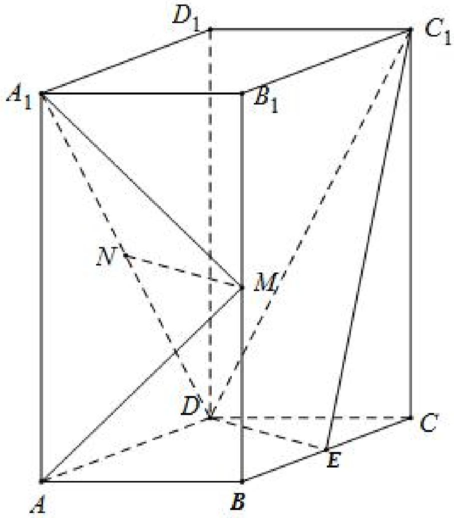
19. 如图，M、N分别是四面体$OABC$的棱OA、BC的中点，P、Q是MN的三等分点（点P靠近点N），若$\overrightarrow{AO}=\vec{a},\overrightarrow{AB}=\vec{b},\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，解答下列问题：



（1）以$\left\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right\}$为基底表示$\overrightarrow{OP}$；

（2）若$\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=\left|\vec{c}\right|=1$，$\angle OAB=\angle OAC=\frac{\pi}{2}$，$\angle CAB=\frac{2\pi}{3}$，求$\left|\overrightarrow{OP}\right|$的值.

20. 如图，直四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的底面是菱形，AA_1=4，AB=2，$\angle BAD$=60°，E，M，N分别是BC，BB_1，A_1D的中点.



（1）证明：MN∥平面 C_1DE；

（2）求二面角 A-MA_1-N 的正弦值．

21. 在平面直角坐标系中，$C_1\left(0,-\sqrt{2}\right)$，圆 $C_2: x^2+\left(y-\sqrt{2}\right)^2=12$，动圆 P 过 C_1 且与圆 C_2 相切.

（1）求动点 P 的轨迹 C 的标准方程；

（2）若直线 l 过点 $\left(0,1\right)$，且与曲线 C 交于 A 、B，已知 AB 的中点在直线 $x=-\dfrac{1}{4}$ 上，求直线 l 的方程.

22. 已知 $P(1，2)$在抛物线 C：$y^2=2px$ 上．

（1）求抛物线 C 的方程；

（2）A，B 是抛物线 C 上的两个动点，如果直线 PA 的斜率与直线 PB 的斜率之和为 2，证明：直线 AB 过定点．