福州一中高二数学开学前质检

一、单项选择题：本题共 7 小题，每小题 4，共 28 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知 $A=\left\{x\middle|3^x<1\right\}$，$B=\left\{x\middle|x^2-x-6>0\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $(-2,0)$　　B. $(-3,0)$　　C. $(-\infty,-2)$　　D. $(-\infty,-3)$

2. 已知 $\dfrac{(1-i)^2}{z}=1+i$（i 为虚数单位），则复数 $z=$

A. $1+i$　　B. $1-i$　　C. $-1+i$　　D. $-1-i$

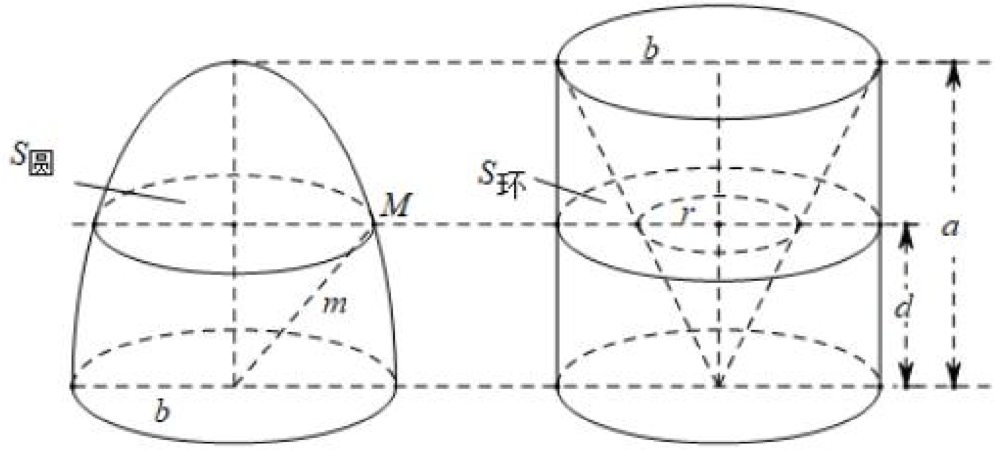
3. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$ 的渐近线方程为 $y=\pm 2x$，则双曲线 C 的离心率为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $\sqrt{6}$

4. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中，a_1，a_{101} 是方程 $x^2-10x+16=0$ 的两根，则 $a_{21}\cdot a_{51}\cdot a_{81}$ 的值为（　　）

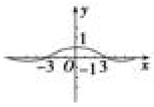
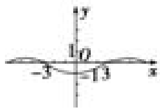
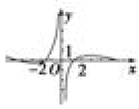
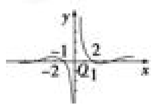
A. 64　　B. ± 64　　C. 256　　D. ± 256

5. 祖暅（公元前 5-6 世纪），祖冲之之子，是我国齐梁时代的数学家．他提出了一条原理：“幂势既同，则积不容异．”这句话的意思是两个等高的几何体若在所有等高处的水平截面的面积相等，则这两个几何体的体积相等，该原理在西方直到十七世纪才由意大利数学家卡瓦列利发现，比祖暅晚一千一百多年．椭球体是椭圆绕其轴旋转所成的旋转体．如图将底面直径皆为 $2b$，高皆为 a 的椭半球体及已被挖去了圆锥体的圆柱体放置于同一平面 β 上．以平行于平面 β 的平面距平面 β 任意高 d 处可横截得到 $S_{圆}$ 及 $S_{环}$ 两截面，可以证明 $S_{圆}=S_{环}$ 总成立．据此，短轴长为 4，长轴长为 6 的椭球体的体积是（）.



A. 8π　　B. 12π　　C. 16π　　D. 24π

6. 函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\cos x}{x}$ 的图象大致为

A. 　B. 　C. 　D. 

7. 若函数 $f\left(x\right)=e^{x}\left(\sin x+a\cos x\right)$ 在 $\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right)$ 单调递增，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $\left(-\infty,1\right]$　　B. $\left(-\infty,1\right)$　　C. $\left[1,+\infty\right)$　　D. $\left(1,+\infty\right)$

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题分，共 12 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求全部选对的得 4 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

8. 已知甲、乙两名篮球运动员进行罚球训练，每人练习 10 组，每组罚球 40 个，每组命中个数的茎叶图如图所示，则下列结论正确的有（　　）

甲		乙
8	0	9
3 2	1	1 3 4 8 9
7 6 5 4 2 0	2	0 1 1 3
7	3	

A. 甲命中个数的极差是 29　　B. 甲命中个数的中位数是 25

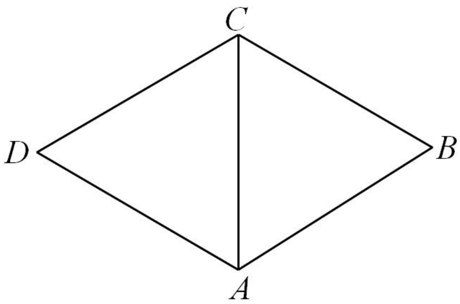
C. 甲的命中率比乙高　　D. 乙命中个数的众数是 21

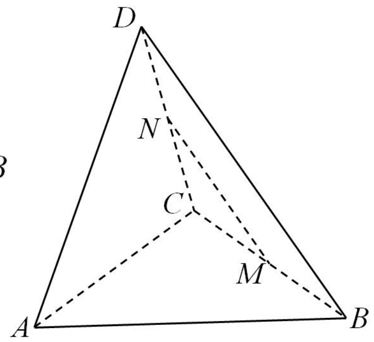
9. 将函数 $f(x)=3\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{2}$ 个单位长度所得图象对应的函数 $g(x)$，下列有关函数 $g(x)$ 的说法正确的是（　　）

A. 图象关于直线$x=-\frac{\pi}{6}$对称　　　　　　　B. 图象关于$\left(\frac{\pi}{3},0\right)$中心对称

C. 当$x=\frac{\pi}{12}+k\pi(k\in\mathrm{Z})$时取得最大值　　　　D. 在区间$\left[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}\right]$上单调递增

10. M，N分别为菱形ABCD的边BC，CD的中点，将菱形沿对角线AC折起，使点D不在平面ABC内，则在翻折过程中，下列结论正确的有（　　）





A. MN∥平面ABD

B. 异面直线AC与MN所成的角为定值

C. 在二面角$D-AC-B$逐渐变小的过程中，三棱锥$D-ABC$外接球的半径先变小后变大

D. 若存在某个位置，使得直线AD与直线BC垂直，则$\angle ABC$的取值范围是$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$

三、填空题：本大题共4小题，每小题3分，共12分.

11. 正六边形ABCDEF边长为1，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=$______.

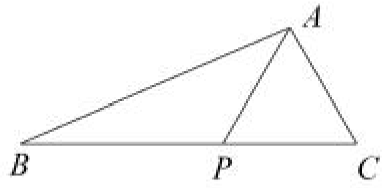
12. 已知函数$f(x)=\begin{cases}2^{1-x} & x\le 0\\ 1-\log_2 x & x>0\end{cases}$，若$f(a)=2$，则实数a的值是______.

13. 已知抛物线$C:y^2=8x$的焦点为F，准线为l，P是l上一点，直线PF与曲线C相交于M，N两点，若$\overrightarrow{PM}=3\overrightarrow{MF}$，则$|MN|=$______.

14. 在等差数列$\{a_n\}$中，首项$a_1=3$，公差$d=2$，若某学生对其连续10项求和，在遗漏掉一项的情况下，求得余下9项的和为199，则此连续10项的和为______.

四、解答题：本题共5小题，共48分解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

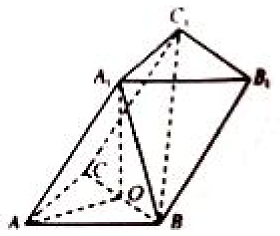
15. 如图，在ΔABC中，点P在BC边上，$B=30^\circ$，$AB=\sqrt{3}BP$.



（1）求$\angle BAP$；

（2）若$CP=2$，$\cos\angle CAP=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，求$\triangle ACP$的面积.

16. 如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$\angle BAC=60^{\circ},\angle A_1AC=\angle A_1AB,AA_1=AB=AC=2$，点$O$是$BC$的中点.



（1）求证：$BC\perp$ 平面A_1AO；

（2）若$A_1O=1$，求直线BB_1与平面A_1C_1B所成角的正弦值.

17. 某品牌手机厂商推出新款的旗舰机型，并在某地区跟踪调查得到这款手机上市时间(x个月)和市场占有率(y%)的几组相关对应数据：

x	1	2	3	4	5
y	0.02	0.05	0.1	0.15	0.18

(1)根据上表中的数据，用最小二乘法求出y关于x的线性回归方程；

(2)根据上述回归方程，分析该款旗舰机型市场占有率的变化趋势，并预测自上市起经过多少个月，该款旗舰机型市场占有率能超过0.5%(精确到月).

附：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

18．已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点分别为$A_1$，$A_2$，左、右焦点分别为$F_1$ F_2，离心率为$\frac{1}{2}$，点$D\left(4,0\right)$，F_2为线段A_1D的中点.

（1）求椭圆C的方程；

（2）点$P(1,\ t)$为椭圆C上在第一象限内的点，过点P作两条直线与椭圆C分别交于A,B两点，直线PA,PB的倾斜角之和为π，则直线AB斜率是否为定值？若是，求出该定值；若不是，请说明理由.

19．已知函数$f(x)=x-a\ln x-3$，$g(x)=-\frac{1+a}{x}(a\in R)$.

（1）设函数$h(x)=f(x)-g(x)$，求函数$h(x)$的单调区间；

（2）证明：$\forall a>0$，总存在$x\geq 1$，使得$f(x)<g(x)$.