

2018~2019学年湖北武汉华中师范大学东湖开发区 第一附属中学高一下学期期末数学试卷

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

1 在 $\triangle ABC$ 中， $\cos A = \frac{\sin B}{\sin C}$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状为（ ）。

- A. 直角三角形 B. 等腰三角形 C. 钝角三角形 D. 正三角形

2 预测人口的变化趋势有多种方法，“直接推算法”使用的公式是 $P_n = P_0(1+k)^n$ ($k > -1$)，其中 P_n 为预测人口数， P_0 为初期人口数， k 为预测年内增长率， n 为预测期间隔年数。如果在某一时期有 $-1 < k < 0$ ，那么这期间人口数（ ）。

- A. 呈上升趋势 B. 呈下降趋势 C. 摆动变化 D. 不变

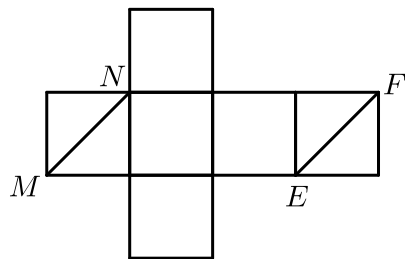
3 若 $a > b > 0$ ， $c < d < 0$ ，则一定有（ ）。

- A. $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ B. $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$ C. $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$ D. $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$

4 把一个已知圆锥截成一个圆台和一个小圆锥，已知圆台的上、下底面半径之比为1:3，母线长为6cm，则已知圆锥的母线长为（ ）cm。

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 12

5 如图是棱长为 a 的正方体的平面展开图，则在这个正方体中直线 MN ， EF 所成角的大小为（ ）。



- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

6 设 l 为直线, α 和 β 是两个不同的平面, 下列命题中正确的是 () .

- A. 若 $l // \alpha, l // \beta$, 则 $\alpha // \beta$
- B. 若 $\alpha // \beta, l // \alpha$, 则 $l // \beta$
- C. 若 $l \perp \alpha, l // \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$
- D. 若 $\alpha \perp \beta, l // \alpha$, 则 $l \perp \beta$

7 将正整数 $1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots$ 按第 k 组含 $k+1$ 个数分组: $(1, 2), (3, 4, 5), (6, 7, 8, 9), \dots$, 那么 2019 所在的组数为 () .

- A. 62
- B. 63
- C. 64
- D. 65

8 已知下列各命题:

- ① 两两相交且不共点的三条直线确定一个平面;
- ② 若直线 a 不平行于平面 α , 则直线 a 与平面 α 有公共点;
- ③ 若两个平面垂直, 则一个平面内的已知直线必垂直于另一个平面的无数条直线;
- ④ 若两个二面角的两个面分别对应垂直, 则这两个二面角相等或互补.

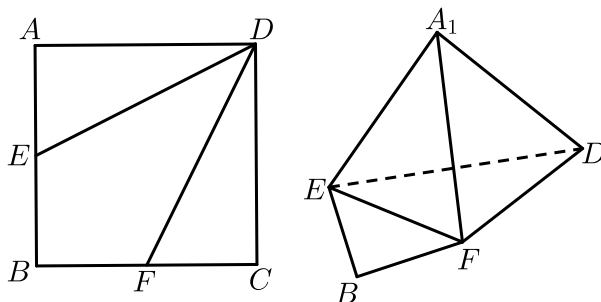
则其中正确的命题共有 () .

- A. 4
- B. 3
- C. 2
- D. 1

9 长方体共顶点的三个相邻面面积分别为 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6}$, 这个长方体的顶点在同一球面上, 则这个球的表面积为 () .

- A. 6π
- B. 8π
- C. 12π
- D. 24π

10 如图, 边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 AB 的中点, 点 F 是 BC 的中点, 将 $\triangle AED, \triangle DCF$ 分别沿 DE, DF 折起, 使 A, C 两点重合于 A_1 , 则直线 A_1D 与平面 DEF 所成角的正弦值为 () .



- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- D. $\frac{1}{3}$

11 三棱锥 $A-BCD$ 的高 $AH = 3\sqrt{3}$ ，若 $AB = AC$ ，二面角 $A-BC-D$ 为 $\frac{\pi}{3}$ ， G 为 $\triangle ABC$ 的重心，则 HG 的长为 () .

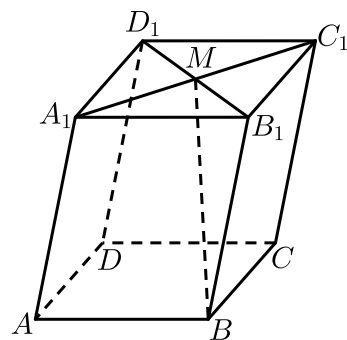
- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{7}$ D. $\sqrt{10}$

12 已知 $\triangle ABC$ 的周长为 20，内切圆的半径为 $\sqrt{3}$ ， $BC = 7$ ，则 $\tan A$ 的值为 () .

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. 2

二、填空题 (本大题共4小题，每小题5分，共20分)

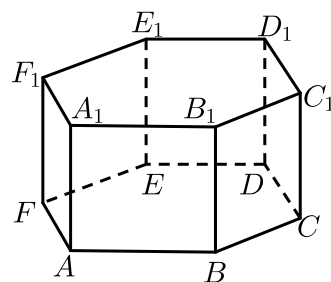
13 如图所示，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， M 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点，若存在实数 x, y, z ，使向量 $\overrightarrow{BM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD} + z\overrightarrow{AA_1}$ ，则 $x + 2y + 3z =$ _____ .



14 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $A > B$ ，则下列四个不等式中，正确的不等式的序号为 _____ .

- ① $\sin A < \sin B$; ② $\sin A > \sin B$; ③ $\cos A < \cos B$; ④ $\cos A > \cos B$.

15 如图所示，正六棱柱 $ABCDEF-A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 各棱长均为 1，则一动点从 A 出发沿表面移动到点 D_1 时的最短路程为 _____ .



16 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_n = (-1)^n a_n - \frac{1}{2^n} (n \in \mathbf{N}^*)$, 则 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \cdots + S_{100} =$

_____ .

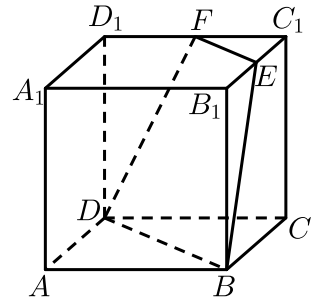
三、解答题 (本大题共6小题, 共70分)

17 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边, 且 $2a \sin A = (2b - c) \sin B + (2c - b) \sin C$.

(1) 求 A 的大小.

(2) 若 $a = 2\sqrt{3}$, $B = \frac{\pi}{4}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

18 如图，正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 a ，点 E, F 分别是棱 B_1C_1, C_1D_1 的中点。



- (1) 证明：四边形 $BDFE$ 是一个梯形。
- (2) 求几何体 $BCD - EC_1F$ 的表面积和体积。

19 某公司为了变废为宝，节约资源，新上了一个从生活垃圾中提炼生物柴油的项目。经测算，该项

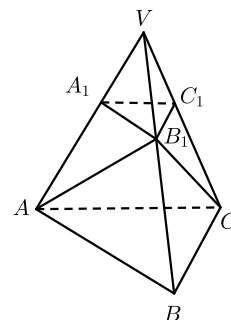
目月处理成本 y （元）与月处理量 x （吨）之间的函数关系可以近似地表示为：

$$y = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3 - 80x^2 + 5040x, & x \in [120, 144) \\ \frac{1}{2}x^2 - 200x + 80000, & x \in [144, 500) \end{cases},$$
 且每处理一吨生活垃圾，可得到能利用的生物柴油价

值为200元，若该项目不获利，政府将给予补贴。

- (1) 当 $x \in [200, 300]$ 时，判断该项目能否获利？如果获利，求出最大利润；如果不获利，则政府每月至少需要补贴多少元才能使该项目不亏损？
- (2) 该项目每月处理量为多少吨时，才能使每吨的平均处理成本最低？

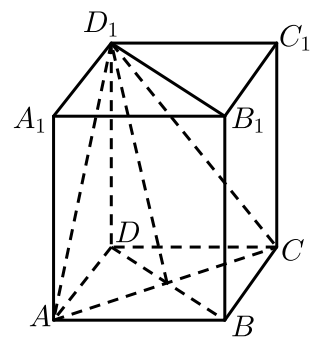
20 如图, 已知平面 $A_1B_1C_1$ 平行于三棱锥 $V-ABC$ 的底面 ABC , 等边 $\triangle AB_1C$ 所在的平面与底面 ABC 垂直, 且 $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$, 设 $AC = 2$, $BC = 1$.



(1) 求证: $B_1C_1 \perp AB_1$ 且 $B_1C_1 \perp A_1C_1$.

(2) 求二面角 $A-VB-C$ 的余弦值.

21 在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，底面边长为1，侧棱长为2.



- (1) 求证：平面 $ACD_1 \perp$ 平面 BB_1D_1D .
- (2) 求直线 AA_1 与平面 ACD_1 所成的角的正弦值 .
- (3) 设 H 为截面 $\triangle ACD_1$ 内一点 (不包括边界)，求 H 到面 ADD_1A_1 ，面 DCC_1D_1 ，面 $ABCD$ 的距离平方和的最小值 .

22 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $(n-1)a_{n+1} - na_n = -2(n \in \mathbf{N}^*)$, 且 $a_6 = S_3$, 数列 $\{b_n\}$ 满足, 对任意 $n \in \mathbf{N}^*$ 且 $n \geq 2$, $S_{n-1} + b_n, S_n + b_n, S_{n+1} + b_n$ 成等比数列, 其中 $b_1 = 2$.

(1) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式.

(2) 记 $c_n = \sqrt{\frac{a_n}{2b_{n+1}}}$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 证明: 当 $n \in \mathbf{N}^*$ 且 $n \geq 2$ 时,

$$2\sqrt{n+5} - \frac{11\sqrt{6}}{6} < c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_n < 2(\sqrt{n+1} - 1) (n \in \mathbf{N}^*).$$

2018~2019学年湖北武汉华中师范大学东湖开发区 第一附属中学高一下学期期末数学试卷

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

1 A 2 B 3 D 4 B 5 C 6 C 7 B 8 A 9 A 10 D 11 C

12 C

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13 $\frac{7}{2}$

14 ②③

15 $\sqrt{5+2\sqrt{3}}$

16 $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2^{100}} - 1 \right)$

三、解答题（本大题共6小题，共70分）

17 (1) $\frac{\pi}{3}$.

(2) $3 + \sqrt{3}$.

18 (1) 证明见解析.

(2) $S = \frac{17+3\sqrt{b}}{8}a^2$; $V = \frac{7}{3}a^3$.

- 19 (1) 政府每月至少需要补贴5000元才能使该项目不亏损 .
(2) 当每月处理量为120吨时 , 才能使每吨的平均处理成本最低 .

- 20 (1) 证明见解析 .
(2) 二面角 $A - VB - C$ 的余弦角为 $\frac{1}{4}$.

- 21 (1) 证明见解析 .
(2) $\frac{1}{3}$.
(3) $\frac{2}{3}$.

- 22 (1) $a_n = 2n, b_n = n^2 + n, n \in \mathbf{N}^*$.
(2) 证明见解析 .