龙岩二中 2018 届高二下期末

数学（理科）试卷

一．　**选择题（60 分）**（在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求）

1．　已知（x+i）（1-i）=y，则实数 x，y 分别为（　　）

A．x=-1，y=1　　　B．x=-1，y=2　　C．x=1，y=1　　　D．x=1，y=2

2．　8 名学生和 2 位老师站成一排合影，2 位老师不相邻的排法种数为（　　）

A. $A_8^8A_9^2$　　　B. $A_8^8C_9^2$　　　C．$A_8^8A_7^2$　　　D. $A_8^8C_7^2$

3．　在对我市高中学生某项身体素质的测试中，测试结果ξ服从正态分布$N(1,\sigma^2)$ $(\sigma>0)$，若ξ在（0，2）内取值的概率为 0.8，则ξ在（0，1）内取值的概率为（　　）

A．0.2　　　B．0.4　　　C．0.6　　　D.0.3

4．　$(1-x)^4(1-\sqrt{x})^3$的展开式 x^2的系数是（　　）

A．-6　　　B．-3　　　C．0　　　D．3

5．　函数$f(x)=x^3-3x+1$在闭区间[-3，0]上的最大值、最小值分别是（　　）

A．1，-1　　　B．1，-17　　　C．3，-17　　　D．9，-19

6．　$\int_0^1(\sqrt{1-(x-1)^2}-x)dx=$（　　）

A. $2+\frac{\pi}{2}$　　B. $\frac{\pi}{2}+1$　　C. $\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$

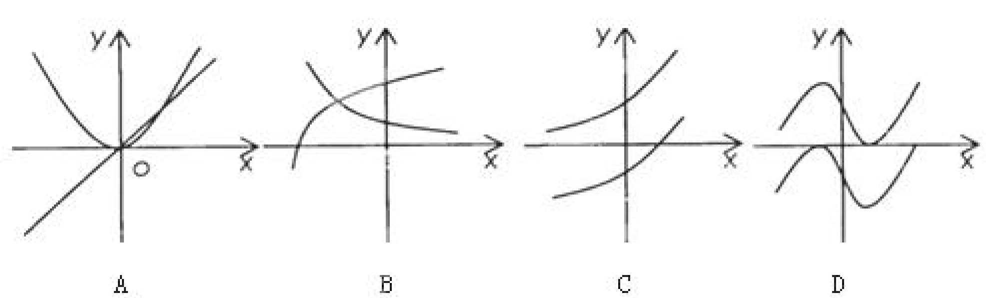
7．　由 1、2、3、4、5、6 组成没有重复数字且 1、3 都不与 5 相邻的六位偶数的个数是（　　）

A.72　　　B.96　　　C.108　　　D.144

8．　从5张100元，3张200元，2张300元的奥运预赛门票中任取3张，则所取3张中至少有2张价格相同的概率为（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{79}{120}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．$\frac{23}{24}$

9．　设$f'(x)$是函数$f(x)$的导函数，将$y=f(x)$和$y=f'(x)$的图像画在同一个直角坐标系中，不可能的是（　　）



10．　某展览会一周(七天)内要接待三所学校学生参观，每天只安排一所学校，其中甲学校要连续参观两天，其余学校均参观一天，则不同的安排方法有(　　)

A．210 种　　B．50 种　　C．60 种　　D．120 种

11．　观察下列各式：则$7^2=49,7^3=343,7^4=2401$，…，则7^{2011}的末两位数字为（　　）

A.01　　　B.43　　　C.07　　　D.49

12．　若在曲线$f(x,y)=0$（或$y=f(x)$）上两个不同点处的切线重合，则称这条切线为曲线$f(x,y)=0$（或$y=f(x)$）的自公切线，下列方程的曲线:①$x^2-y^2=1$　②$y=x^2-|x|$　③$|x|+1=\sqrt{4-y^2}$　④$y=3\sin x+4\cos x$　存在自公切线的是(　　)

A．①③　　B．①④　　C．②③　　D．②④

二．填空题（20 分）

13．　某射手射击所得环数ξ的分布列如下：

ξ	7	8	9	10
P	x	0.1	0.3	y

已知ξ的期望 Eξ=8.9，则 y 的值为______.

14．　将 6 位志愿者分成 4 组，其中两个各 2 人，另两个组各 1 人，分赴世博会的四个不同场馆服务，不同的分配方案有_______种（用数字作答）。

15．　一个病人服用某种新药后被治愈的概率为 0.9.则服用这咱新药的 4 个病人中至少 3 人被治愈的概率为_______（用数字作答）。

16．　定义方程$f(x)=f'(x)$的实数根x_o叫做函数$f(x)$的“新驻点”，若函数$g(x)=x$，$h(x)=\ln(x+1)$，$\varphi(x)=\cos x$（$x\in(\frac{\pi}{2},\pi)$）的“新驻点”分别为α，β，γ，则α，β，γ从

小到大排列是_______.

三．解答题（70 分）

17. （10 分）**请考生在以下两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.**

(1) 在直角坐标标系 xoy 中，已知曲线 $C_1:\begin{cases}x=1+\cos\alpha\\ y=\sin^2\alpha-\dfrac{9}{4}\end{cases}$（$\alpha$ 为参数,$\alpha\in R$），在以原点 O 为极点，x 轴非负半轴为极轴的极坐标系中（取相同的长度单位），曲线 $C_2:\rho\sin(\theta+\dfrac{\pi}{4})=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，曲线 $C_3:\rho=2\cos\theta$．（Ⅰ）求曲线 C_1 与 C_2 的交点 M 的直角坐标；

（Ⅱ）设 A,B 分别为曲线 C_2，C_3 上的动点，求 $|AB|$ 的最小值.

(2) 设函数 $f(x)=|x-a|+2x$，其中 a ＞ 0。

（1）当 a ＝ 2 时，求不等式 $f(x)\geq 2x+1$ 的解集；

（2）若 $x\in(-2,+\infty)$ 时，恒有 $f(x)>0$，求 a 的取值范围。

18. （12 分）统计表明，某种型号的汽车在匀速行驶中每小时的耗油量 y（升）关于行驶速度 x（千米/小时）的函数解析式可以表示为：$y=\dfrac{1}{128000}x^3-\dfrac{3}{80}x+8(0<x\leq 120)$. 已知甲、乙两地相距 100 千米。

(I) 当汽车以 40 千米/小时的速度匀速行驶时，从甲地到乙地要耗油多少升？

(II) 当汽车以多大的速度匀速行驶时，从甲地到乙地耗油最少？最少为多少升？

19. （12 分）某单位有 8 名员工，其中有 5 人曾经参加过技能培训，另外 3 人没有参加过任何培训，现要从 8 名员工中任选 3 人参加一种新的技能培训。

（Ⅰ）求恰好选到 1 名曾经参加过技能培训的员工的概率；

（Ⅱ）这次培训结束后，仍然没有参加过任何培训的员工数 ξ 是一个随机变量，求 ξ 的分布列和数学期望 $E\xi$。

20. （12 分）已知函数 $f(x)=ax^3-4x+4(a\in R)$ 在 $x=2$ 取得极值。

（Ⅰ）确定 a 的值并求函数的单调区间；

（Ⅱ）若关于 x 的方程 $f(x)=b$ 至多有两个零点，求实数 b 的取值范围。

21. （12 分）为了解某班学生喜爱篮球是否与性别有关，对本班 50 人进行了问卷调查得到了如下的列联表：已知在全部 50 人中随机抽取 1 人抽到喜爱篮球的学生的概率为 $\dfrac{3}{5}$.

	喜爱篮球	不喜爱篮球	合计
男生		5	
女生	10		
合计			50

（1）请将上面的列联表补充完整(不用写计算过程)；
（2）能否在犯错误的概率不超过 0.005 的前提下认为喜爱篮球与性别有关？说明你的理由；
（3）以该班学生的情况来估计全校女生喜爱篮球的情况，用频率代替概率。现从全校女生中抽取 3 人进一步调查，设抽到喜爱篮球的女生人数为 ξ，求 ξ 的分布列与期望.

下面的临界值表供参考：

$P(K^2\geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

（参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$）

22. （12 分）．已知函数 $f(x)=-x^2+8x, g(x)=6\ln x+m.$

(I) 求 $f(x)$ 在区间 $[t,t+1]$ 上的最大值 $h(t)$;

(II) 是否存在实数 m, 使得 $y=f(x)$ 的图象与 $y=g(x)$ 的图象有且只有三个不同的交点？若存

在，求出 m 的取值范围；若不存在，说明理由。

参考答案

1-5：DABAC　6-10: DCCDC　11-12:AD　13. 0.4　14. 720　15. 0.9477　16. α，β，γ.

17. (1)

【答案】(I) $\begin{cases}x=2\cos\theta,\\ y=3\sin\theta,\end{cases}$ $2x+y-6=0$；(II) 最大值为 $\frac{22\sqrt{5}}{5}$，最小值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

【解析】

试题分析：(I) 由椭圆的标准方程设 $\frac{x}{2}=\cos\theta, \frac{y}{2}=\sin\theta$，得椭圆的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\theta,\\ y=3\sin\theta,\end{cases}$，消去参数 t 即得直线的普通方程为 $2x+y-6=0$；(II) 关键是处理好 $|PA|$ 与角 $30°$ 的关系. 过点 P 作与 l 垂直的直线，垂足为 H，则在 ΔPHA 中，$PH=d=\frac{1}{2}|PA|$，故将 $|PA|$ 的最大值与最小值问题转化为椭圆上的点 $P(2\cos\theta，3\sin\theta)$ 到定直线 $2x+y-6=0$ 的最大值与最小值问题处理.

试题解析：(I) 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\theta,\\ y=3\sin\theta,\end{cases}$ (θ 为参数). 直线 l 的普通方程为 $2x+y-6=0$.

(II) 曲线 C 上任意一点 $P(2\cos\theta,3\sin\theta)$ 到 l 的距离为 $d=\frac{\sqrt{5}}{5}|4\cos\theta+3\sin\theta-6|$. 则

$|PA|=\frac{d}{\sin 30^0}=\frac{2\sqrt{5}}{5}|5\sin(\theta+\alpha)-6|$. 其中 α 为锐角，且 $\tan\alpha=\frac{4}{3}$.

当 $\sin(\theta+\alpha)=-1$ 时，$|PA|$ 取到最大值，最大值为 $\frac{22\sqrt{5}}{5}$.

(2)

解析：(I) $a=2$ 时，$|x-2|+2x\ge 2x+1 \therefore |x-2|\ge 1, \therefore x\ge 3$ 或 $x\le 1$，

$\therefore$ 解集为 $(-\infty,1]\cup[3,+\infty)$ ……5 分

(II) $f(x)=\begin{cases}3x-a, & x\ge a\\ x+a, & x<a\end{cases}$ $\because a>0 \therefore$ 当 $x>-2$ 时 $f(x)\ge x+a>-2+a$，只需 $-2+a\ge 0$ 即可，

$\therefore a\ge 2$ ……10 分

18. 解：(I) 当 $x=40$ 时，汽车从甲地到乙地行驶了 $\frac{100}{40}=2.5$ 小时，

要耗没 $(\frac{1}{128000}\times 40^3-\frac{3}{80}\times 40+8)\times 2.5=17.5$ （升）。

答：当汽车以 40 千米/小时的速度匀速行驶时，从甲地到乙地耗油 17.5 升。

(II) 当速度为 x 千米/小时时，汽车从甲地到乙地行驶了 $\frac{100}{x}$ 小时，设耗油量为 $h(x)$ 升，

依题意得 $h(x)=(\frac{1}{128000}x^3-\frac{3}{80}x+8).\frac{100}{x}=\frac{1}{1280}x^2+\frac{800}{x}-\frac{15}{4}(0<x\le 120)$,

$h'(x)=\frac{x}{640}-\frac{800}{x^2}=\frac{x^3-80^3}{640x^2}(0<x\le 120)$. 令 $h'(x)=0$, 得 $x=80$.

当 $x\in(0,80)$ 时，$h'(x)<0, h(x)$ 是减函数；当 $x\in(80,120)$ 时，$h'(x)>0, h(x)$ 是增函数。

$\therefore$ 当 $x=80$ 时，$h(x)$ 取到极小值 $h(80)=11.25$.

因为 $h(x)$ 在 $(0,120]$ 上只有一个极值，所以它是最小值。

答：当汽车以 80 千米/小时的速度匀速行驶时，从甲地到乙地耗油最少，最少为 11.25 升。

19.解：(I) 恰好选到 1 名曾经参加过技能培训的员工的概率 $P=\frac{C_5^1C_3^2}{C_8^3}=\frac{15}{56}$

(II) ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{5}{28}$

ξ 的数学期望为 $E\xi=\frac{105}{56}$.

20. 解 (I) 因为 $f(x)=ax^3-4x+4(a\in R)$，所以 $f'(x)=3ax^2-4$

因为函数 $f(x)$ 在 $x=2$ 时有极值，所以 $f'(2)=0$，即 $3\times 4a-4=0$　2 分

得 $a=\frac{1}{3}$，经检验符合题意，所以 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-4x+4$

所以 $f'(x)=x^2-4=(x+2)(x-2)$　令，$f'(x)=0$　得，$x=2$, 或 $x=-2$

当 x 变化时 $f'(x)$，$f(x)$ 变化如下表：

x	$(-\infty,-2)$	-2	$(-2,2)$	2	$(2,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	单调递增↗	极大值	单调递减↘	极小值	单调递增↗

所以 $f(x)$ 的单调增区间为 $(-\infty,-2)$，$(2,+\infty)$； $f(x)$ 的单调减区间为 $(-2,2)$。6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，当 $x=-2$ 时，$f(x)$ 有极大值，并且极大值为 $f(-2)=\frac{28}{3}$；当 $x=2$ 时，$f(x)$ 有极小值，并且极小值为 $f(2)=-\frac{4}{3}$；结合函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-4x+4$ 的图象，要使关于 x 的方程 $f(x)=b$ 至多有两个零点，则 b 的取值范围为 $\left(-\infty,-\frac{4}{3}\right]\cup\left[\frac{28}{3},+\infty\right)$。12 分

21. 解：(1) 列联表补充如下： ------------------------3 分

	喜爱篮球	不喜爱篮球	合计
男生	20	5	25
女生	10	15	25
合计	30	20	50

3 分

（2）∵ $K^2=\frac{50\times(20\times15-10\times5)^2}{30\times20\times25\times25}\approx8.333>7.879$

∴在犯错误的概率不超过 0.005 的前提下，认为喜爱篮球与性别有关.---------------6 分

（3）从全校女生中随机抽取 1 人，抽到喜爱篮球的女生的概率为 $\frac{2}{5}$

抽到喜爱打篮球的女生人数 ξ 的可能取值为 0, 1, 2, 3.，$\xi\sim B(3,\frac{2}{5})$---------8 分

其概率为 $P=C_3^{\ k}(\frac{2}{5})^k\cdot(\frac{3}{5})^{3-k}$，$k=0,1,2,3$，---------10 分,

故 ξ 的分布列为:

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{27}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{8}{125}$

ξ 的期望值为 $E\xi=3\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{5}$

----------------------12 分

22. 解：(I) $f(x)=-x^2+8x=-(x-4)^2+16.$ 当 $t+1<4$，即 $t<3$ 时，$f(x)$ 在 $[t,t+1]$ 上单调递增， $h(t)=f(t+1)=-(t+1)^2+8(t+1)=-t^2+6t+7$；

当 $t\le4\le t+1$，即 $3\le t\le4$ 时，$h(t)=f(4)=16$； 当 $t>4$ 时，$f(x)$ 在 $[t,t+1]$ 上单调递减，

$h(t)=f(t)=-t^2+8t.$ 综上，$h(t)=\begin{cases}-t^2+6t+7, t<3,\\16, \quad 3\le t\le4,\\-t^2+8t, \quad t>4\end{cases}$

（II）函数 $y=f(x)$ 的图象与 $y=g(x)$ 的图象有且只有三个不同的交点，即函数

$\phi(x)=g(x)-f(x)$ 的图象与 x 轴的正半轴有且只有三个不同的交点。

$\because \phi(x)=x^2-8x+6\ln x+m,$

$\therefore \phi'(x)=2x-8+\frac{6}{x}=\frac{2x^2-8x+6}{x}=\frac{2(x-1)(x-3)}{x}(x>0),$

当 $x\in(0,1)$ 时，$\phi'(x)>0,\phi(x)$ 是增函数； 当 $x\in(0,3)$ 时，$\phi'(x)<0,\phi(x)$ 是减函数； 当 $x\in(3,+\infty)$ 时，$\phi'(x)>0,\phi(x)$ 是增函数；

当 $x=1$，或 $x=3$ 时，$\phi'(x)=0.\ \therefore \phi(x)_{最大值}=\phi(1)=m-7,\phi(x)_{最小值}=\phi(3)=m+6\ln3-15.$

$\because$ 当 x 充分接近 0 时，$\phi(x)<0$，当 x 充分大时，$\phi(x)>0.$

$\therefore$ 要使 $\phi(x)$ 的图象与 x 轴正半轴有三个不同的交点，必须且只须

$\begin{cases}\phi(x)_{最大值}=m-7>0,\\\phi(x)_{最小值}=m+6\ln3-15<0,\end{cases}$ 即 $7<m<15-6\ln3.$

所以存在实数 m，使得函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的图象有且只有三个不同的交点，m 的取值范围为 $(7,15-6\ln3)$.