

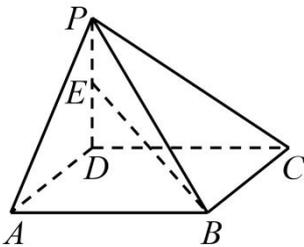
# 2022—2023 学年第一学期期中中考

## 高二数学试卷

考试时间： 120 分钟

### 一、单选题

1. 过点  $P(-2,1)$  且倾斜角为  $90^\circ$  的直线方程为 ( )
- A.  $y=1$                       B.  $x=-2$                       C.  $y=-2$                       D.  $x=1$
2. 已知空间向量  $\overrightarrow{AB}=(3,-4,5)$ , 则  $|\overrightarrow{AB}|=( )$
- A. 5                              B. 6                              C. 7                              D.  $5\sqrt{2}$
3. 若椭圆  $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$  与椭圆  $\frac{x^2}{25-k}+\frac{y^2}{9-k}=1(k<9,k\neq 0)$ , 则两椭圆必定 ( ).
- A. 有相等的长轴长    B. 有相等的焦距  
C. 有相等的短轴长    D. 有相等的离心率
4. 关于  $x, y$  的方程组  $\begin{cases} 2x-ay+1=0 \\ x+2y-1=0 \end{cases}$ , 没有实数解, 则实数  $a$  的值是 ( )
- A. 4                              B. 2                              C. -4                              D. -2
5. 若圆  $C$  与圆  $(x+2)^2+(y-1)^2=1$  关于直线  $y=x-1$  对称, 则圆  $C$  的方程是 ( )
- A.  $(x-2)^2+(y+3)^2=1$                                       B.  $(x-2)^2+(y-3)^2=1$   
C.  $(x+2)^2+(y+3)^2=1$                                       D.  $(x+3)^2+(y-2)^2=1$
6. 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是正方形,  $E$  为  $PD$  中点, 若  $\overrightarrow{PA}=\vec{a}$ ,  $\overrightarrow{PB}=\vec{b}$ ,  $\overrightarrow{PC}=\vec{c}$ , 则  $\overrightarrow{BE}=( )$



- A.  $\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$     B.  $\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{c}$

C.  $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$

D.  $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$

7. 已知直线  $x - 2\sqrt{2}y + 3m = 0$  和圆  $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$  相交，则实数  $m$  的取值范围为 ( )

A.  $(-\infty, -3)$

B.  $(-3, 1)$

C.  $[-3, 1]$

D.  $(1, +\infty)$

8. 已知  $F$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点,  $A$  是  $C$  的上顶点, 直线  $l: 3x - 4y = 0$  与  $C$  交于  $M, N$  两点. 若  $|MF| + |NF| = 6$ ,  $A$  到  $l$  的距离不小于  $\frac{8}{5}$ , 则  $C$  的离心率的取值范围是 ( )

A.  $\left[\frac{\sqrt{5}}{3}, 1\right)$

B.  $\left(0, \frac{\sqrt{5}}{3}\right]$

C.  $\left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

D.  $\left[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right)$

## 二、多选题

9. 直线  $l_1, l_2$  的斜率  $k_1, k_2$  是关于  $k$  的方程  $2k^2 - 4k + m = 0$  的两个根, 则下列说法正确的是 ( )

A. 若  $l_1 \perp l_2$ , 则  $m = -2$

B. 若  $l_1 \perp l_2$ , 则  $m = 2$

C. 若  $l_1 // l_2$  则  $m = -2$

D. 若  $l_1 // l_2$ , 则  $m = 2$

10. 已知圆  $C: (x+1)^2 + y^2 = 9$ , 则下列四个命题表述正确的是 ( )

A. 圆  $C$  上有且仅有 3 个点到直线  $l: x - \sqrt{3}y - 1 = 0$  的距离都等于 1

B. 过点  $A(3, 4)$  作圆  $C$  的两条切线, 切点分别为  $M, N$ , 直线  $MN$  的方程为  $4x + 4y - 5 = 0$

C. 一条直线与圆  $C$  交于不同的两点  $P, Q$ , 且有  $\sqrt{3}|\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{CQ}| - |\overrightarrow{PQ}| \geq 0$ , 则  $\angle PCQ$  的最大值为  $\frac{2\pi}{3}$

D. 若圆  $C$  与  $E: x^2 + y^2 - 4x - 8y + m^2 = 0$  相外切, 则  $m = 4$

11. 已知两点  $M(2, -3), N(-3, -2)$ , 直线  $l$  过点  $P(1, 1)$  且与线段  $MN$  相交, 则直线  $l$  的斜率  $k$  的取值范围是 ( )

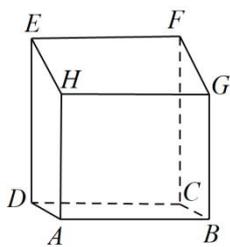
A.  $k \leq -4$

B.  $k \geq \frac{3}{4}$

C.  $\frac{3}{4} \leq k \leq 4$

D.  $-4 \leq k \leq \frac{3}{4}$

12. 如图是常见的一种灭火器消防箱, 抽象成数学模型为如图所示的六面体, 其中四边形  $ADEH$  和  $BCFG$  为直角梯形,  $A, D, C, B$  为直角顶点, 其他四个面均为矩形,  $AB = BG = 3, FC = 4, BC = 1$ , 下列说法不正确的是 ( )



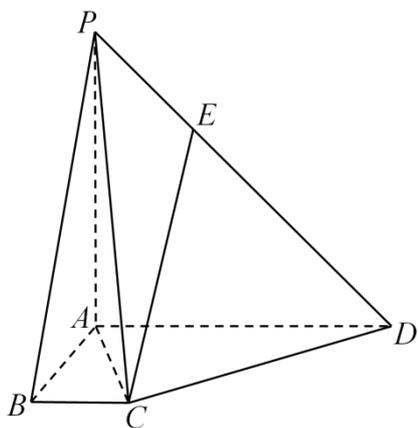
- A. 该几何体是四棱台
- B. 该几何体是棱柱，平面  $ABCD$  是底面
- C.  $EG \perp HC$
- D. 平面  $EFGH$  与平面  $ABCD$  的夹角为  $45^\circ$

### 三、填空题

- 13. 已知向量  $\vec{AB} = (-2, -1, 3)$ ,  $\vec{AC} = (1, 2, 2)$  则  $\vec{AB}$  在  $\vec{AC}$  上的投影向量的模为\_\_\_\_\_.
- 14. 已知直线  $l: (m+2)x + (2m-1)y + m + 5 = 0$ , 则直线  $l$  恒过定点\_\_\_\_\_.
- 15. 已知圆  $x^2 + y^2 = 1$  与圆  $(x-2)^2 + y^2 = a^2 (a > 0)$  相切, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.
- 16. 已知圆  $C$  是以点  $M(2, 2\sqrt{3})$  和点  $N(6, -2\sqrt{3})$  为直径的圆, 点  $P$  为圆  $C$  上的动点, 若点  $A(2, 0)$ , 点  $B(1, 1)$ , 则  $2|PA| - |PB|$  的最大值为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

- 17. 已知向量  $\vec{a} = (x, 4, 1)$ ,  $\vec{b} = (-2, y, -1)$ ,  $\vec{c} = (3, -2, z)$ ,  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ,  $\vec{b} \perp \vec{c}$ .
  - (1) 求  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ;
  - (2) 求  $\vec{a} + \vec{c}$  与  $\vec{b} + \vec{c}$  所成角的余弦值.
- 18. 已知直线  $l_1: 3x - 2y + 4 = 0$  与直线  $l_2: x - ay + a - 2 = 0$  相交于点  $P$ , 且点  $P$  在直线  $2x - y + 3 = 0$  上.
  - (1) 求点  $P$  的坐标和实数  $a$  的值;
  - (2) 求与直线  $l_2$  平行且与点  $P$  的距离为  $\sqrt{5}$  的直线方程.
- 19. 已知圆  $C$  过点  $A(-2, -2)$ ,  $B(6, 2)$ ,  $D(4, 6)$ .
  - (1) 求圆  $C$  的标准方程;
  - (2) 过点  $P(4, -4)$  的直线  $l$  被圆  $C$  截得的弦长为 8, 求直线  $l$  的一般式方程.
- 20. 如图所示, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 已知  $PA \perp$  底面  $ABCD$ , 且底面  $ABCD$  为梯形,  $BC \parallel AD$ ,  $AB \perp AD$ ,  $PA = AD = 3BC = 3$ ,  $AB = \sqrt{2}$ , 点  $E$  在线段  $PD$  上,  $PD = 3PE$ .



(1) 求证:  $CE \parallel$  平面  $PAB$ ;

(2) 求点  $B$  到平面  $PCD$  的距离.

21. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左顶点到右焦点的距离是 3, 离心率为  $\frac{1}{2}$ .

(1) 求椭圆  $E$  的标准方程;

(2) 斜率为  $\sqrt{2}$  的直线  $l$  经过椭圆  $E$  的右焦点, 且与椭圆  $E$  相交于  $A, B$  两点, 求弦  $AB$  的长.

22. 已知圆  $M: (x+1)^2 + y^2 = 36$ , 点  $A(1, 0)$ ,  $P$  为  $M$  上一动点,  $Q$  始终为  $PA$  的中点.

(1) 求动点  $Q$  的轨迹方程;

(2) 若存在定点  $B(b, 0)$  和常数  $k (k \neq 1)$ , 对  $Q$  轨迹上的任意一点  $S$ , 恒有  $\frac{|SA|}{|SB|} = k$ , 求  $b$  与  $k$  的值.

