福建省龙岩市上杭二中2018-2019学年上学期高三期中理科数学试卷

一、选择题（本大题共12小题，共60.0分）

1. 已知集合$A=\{x|x^2+x-2<0\}$，$B=\{x|x>0\}$，则集合$A\cup B$等于(　　)

A. $\{x|x>-2\}$　　B. $\{x|0<x<1\}$　　C. $\{x|x<1\}$　　D. $\{x|-2<x<1\}$

【答案】A

【解析】解：∵集合$A=\{x|x^2+x-2<0\}=\{x|-2<x<1\}$，$B=\{x|x>0\}$，

∴集合$A\cup B=\{x|x>-2\}$.

故选：A.

利用并集的性质求解.

本题考查并集的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意不等式性质的合理运用.

2. 函数$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$的最小正周期为(　　)

A. 4π　　B. 2π　　C. π　　D. $\frac{\pi}{2}$

【答案】C

【解析】解：函数$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$的最小正周期为：$\frac{2\pi}{2}=\pi$.

故选：C.

利用三角函数周期公式，直接求解即可.

本题考查三角函数的周期的求法，是基础题.

3. 命题“$\forall x\in R$，$x^2\neq x$”的否定是(　　)

A. $\forall x\notin R$，$x^2\neq x$　　B. $\forall x\in R$，$x^2=x$

C. $\exists x_0\in R$，$x_0^2\neq x_0$　　D. $\exists x_0\in R$，$x_0^2=x_0$

【答案】D

【解析】解：因为全称命题的否定是特称命题，所以，命题p：$\forall x\in(0,\frac{\pi}{2}),f(x)<0$，

则¬p：

$\exists x_0\in R$，$x_0^2=x_0$.

故选：D.

直接利用全称命题的否定是特称命题，写出结果即可.

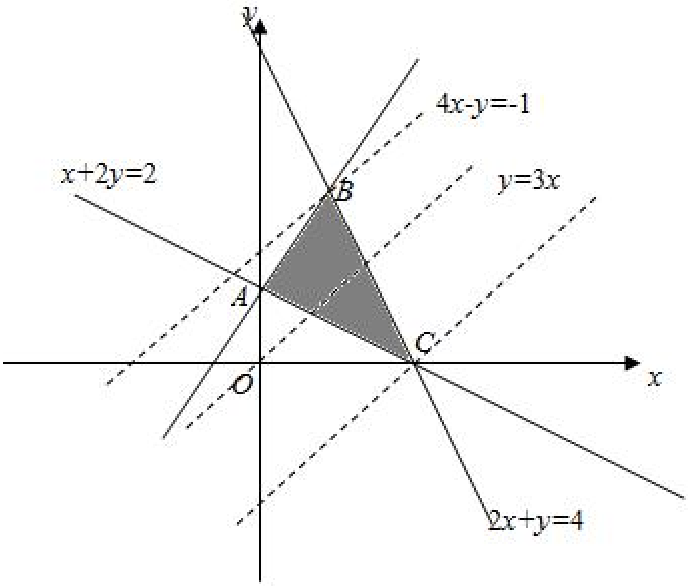
本题考查命题得到，特称命题与全称命题的否定关系，是基础题.

4. 设变量x，y满足约束条件$\begin{cases}x+2y\geq 2\\2x+y\leq 4\\4x-y\geq -1\end{cases}$，则目标函数$z=3x-y$的取值范围是(　　)

A. $[-\frac{3}{2},6]$　　B. $[-\frac{3}{2},-1]$　　C. $[-1,6]$　　D. $[-6,\frac{3}{2}]$

【答案】A

【解析】解：作出不等式组表示的平面区域，如图所示



由 $z=3x-y$ 可得 $y=3x-z$，则$-z$为直线 $y=3x-z$ 在 y 轴上的截距，截距越大，z 越小

结合图形可知，当直线 $y=3x-z$ 平移到 B 时，z 最小，平移到 C 时 z 最大

由$\begin{cases}4x-y=-1\\2x+y=4\end{cases}$可得 $B(\frac{1}{2},3)$，$z_{min}=-\frac{3}{2}$

由$\begin{cases}x+2y=2\\2x+y=4\end{cases}$可得 $C(2,0)$，$z_{max}=6$

$$\therefore-\frac{3}{2}\le z\le 6$$

故选：A．

作出不等式组表示的平面区域；作出目标函数对应的直线；由目标函数中 z 的几何意义可求 z 的最大值与最小值，进而可求 z 的范围

本题考查画不等式组表示的平面区域、考查数形结合求函数的最值.解题的关键是准确理解目标函数的几何意义

5. “$0<m<1$”是“关于 x 的方程$x^2+x+m^2-1=0$有两个异号实数根”的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】解：$\because$“关于 x 的方程$x^2+x+m^2-1=0$有两个异号实数根”，

$\therefore\begin{cases}\triangle=1-4(m^2-1)>0\\x_1x_2=m^2-1<0\end{cases}$解得$-1<m<1$，

$\because$“$0<m<l$”$\Rightarrow-1<m<1$，

$\therefore$“$0<m<l$”是“关于 x 的方程$x^2+x+m^2-1=0$有两个异号实数根”的充分不必要条件，

故选：A．

已知“关于 x 的方程$x^2+x+m^2-1=0$有两个异号实数根”我们可以根据根的判别式和根与系数的关系求出 m 的范围，再根据充分条件和必要条件的定义进行判断；

此题考查了方程根与系数的关系，充分条件和必要条件的定义，考查的知识点比较多，题比较容易；

6. 已知向量$\vec{a}=(2,x)$，$\vec{b}=(1,-1)$，且$\vec{a}//(\vec{a}+\vec{b})$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=(\quad)$

A. 4　　　　　　　B. 2　　　　　　　C. -1　　　　　　　D. 6

【答案】A

【解析】解：由向量$\vec{a}=(2,x)$，$\vec{b}=(1,-1)$，

得$\vec{a}+\vec{b}=(3,x-1)$，

又$\vec{a}//(\vec{a}+\vec{b})$，

$\therefore 2(x-1)-3x=0$，

$\therefore x=-2$．

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=2-x=2+2=4$．

故选：A．

由向量的坐标运算求出$\vec{a}+\vec{b}$，再由向量平行的条件可求出 x 的值，则$\vec{a}\cdot\vec{b}$可求．

本题考查了平面向量的坐标运算，考查了向量平行的条件，是基础题．

7.　为了得到函数 $y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$的图象，可以将函数 $y=\cos 2x$ 的图象(　　)

A. 向左平移$\frac{5\pi}{12}$个单位　　　　B. 向右平移$\frac{5\pi}{12}$个单位

C. 向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位　　　　D. 向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位

【答案】B

【解析】解：由题意 $y=\cos 2x=\sin(2x+\frac{\pi}{2})$，

函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{2})$的图象经过向右平移$\frac{5\pi}{12}$，得到函数 $y=\sin[2(x-\frac{5\pi}{12})+\frac{\pi}{2}]=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$的图象，

故选：B．

先根据诱导公式进行化简 $y=\cos 2x$ 为正弦函数的类型，再由左加右减上加下减的原则可确定平移的方案．

本题主要考查三角函数的平移.三角函数的平移原则为左加右减上加下减，注意 x 的系数的应用，以及诱导公式的应用．

8.　在△ABC 中，点 P 满足$\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PC}$, O 是 AP 的中点，若$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$,则$\overrightarrow{CO}=$(　　)

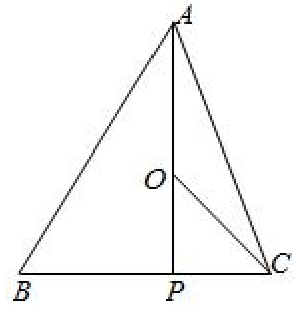
A. $\frac{1}{18}\vec{a}-\frac{5}{9}\vec{b}$　　B. $\frac{1}{9}\vec{a}-\frac{11}{18}\vec{b}$　　C. $\frac{1}{6}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$　　D. $\frac{1}{3}\vec{a}-\frac{5}{6}\vec{b}$

【答案】C

【解析】解：$\overrightarrow{CO}=\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AC}$

$=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CP})-\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{CB}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})$

$=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{6}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$,

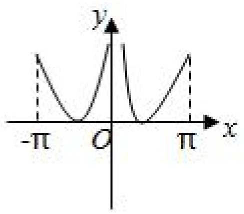


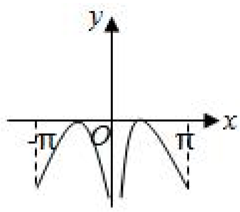
故选：C．

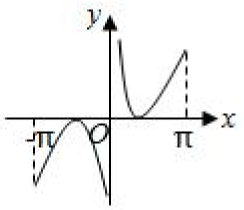
根据向量的加减的几何意义即可求出．

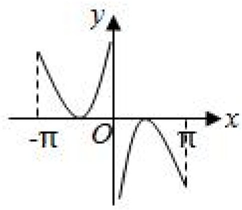
本题考查了向量的加减的几何意义，属于基础题．

9.　函数 $f(x)=(x-\frac{1}{x})\cos x(-\pi\le x\le\pi$且 $x\neq 0)$的图象可能为(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】D

【解析】解：$f(-x)=(-x+\frac{1}{x})\cos(-x)=-(x-\frac{1}{x})\cos x=-f(x)$，

∴函数 $f(x)$为奇函数，

∴函数 $f(x)$的图象关于原点对称，故排除 A，B，

当 $x=\pi$时，$f(\pi)=(\pi-\frac{1}{\pi})\cos\pi=\frac{1}{\pi}-\pi<0$，故排除 C，

故选：D.

先根据函数的奇偶性排除 AB，再取 $x=\pi$，得到 $f(\pi)<0$，排除 C.

本题考查了函数图象的识别，常用函数的奇偶性，函数值，属于基础题.

10. 函数 $f(x)=\log_2x-\frac{7}{x}$的零点包含于区间(　　)

A. $(1,2)$　　B. $(2,3)$　　C. $(3,4)$　　D. $(4,+\infty)$

【答案】C

【解析】解：函数 $f(x)=\log_2x-\frac{7}{x}$在$(0,+\infty)$上连续，

$f(3)=\log_23-\frac{7}{3}<0$；$f(4)=\log_24-\frac{7}{4}=\frac{1}{4}>0$；

故函数 $f(x)=\log_2x-\frac{7}{x}$的零点所在的区间是$(3,4)$.

故选：C.

由题意知函数 $f(x)=\log_2x-\frac{7}{x}$在$(0,+\infty)$上连续，再由函数的零点的判定定理求解.

本题考查了函数的零点的判定定理的应用，属于基础题.

11. 已知函数 $f(x)$的定义域为 R 的奇函数，当 $x\in[0,1]$时，$f(x)=x^3$，且$\forall x\in R$，$f(x)=f(2-x)$，则 $f(2017.5)=$(　　)

A. $-\frac{1}{8}$　　B. $\frac{1}{8}$　　C. 0　　D. 1

【答案】B

【解析】解：$\forall x\in R$，$f(x)=f(2-x)$，

$\therefore f(x+2)=f(-x)=-f(x)$，

故 $f(2017.5)=f(504\times4+1.5)=f(1.5)=f(0.5)=(0.5)^3=\frac{1}{8}$,

故选：B.

根据函数的奇偶性以及函数的周期性求出 $f(2017.5)=-f(0.5)$，求出函数值即可．
本题考查了函数的奇偶性问题，考查函数求值，是一道基础题．

12. 定义在 R 上的函数 f(x)满足：$f(x)>1-f'(x)$，$f(0)=0$，$f'(x)$是 f(x)的导函数，则不等式$e^x f(x)>e^x-1$(其中 e 为自然对数的底数)的解集为(　　)

A. $(0,+\infty)$　　B. $(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)$
C. $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$　　D. $(-1,+\infty)$

【答案】A
【解析】解：设$g(x)=e^x f(x)-e^x$，$(x\in R)$，
则$g'(x)=e^x f(x)+e^x f'(x)-e^x=e^x[f(x)+f'(x)-1]$，
$\because f'(x)>1-f(x)$，
$\therefore f(x)+f'(x)-1>0$，
$\therefore g'(x)>0$，
$\therefore y=g(x)$在定义域上单调递增，
$\because e^x f(x)>e^x-1$，
$\therefore g(x)>-1$，
又$\because g(0)=e^0 f(0)-e^0=-1$，
$\therefore g(x)>g(0)$，
$\therefore x>0$，
$\therefore$不等式的解集为$(0,+\infty)$；
故选：A．
根据题意，构造函数$g(x)=e^x f(x)-e^x$，求出其导数，分析可得$y=g(x)$在定义域上单调递增，可以将原不等式变形为$g(x)>g(0)$，分析可得答案．
本题考查函数单调性与奇偶性的结合，结合已知条件构造函数，然后用导数判断函数的单调性是解题的关键．

二、填空题（本大题共 4 小题，共 20.0 分）

13. $\int 01(e^x+2x)dx=$______．

【答案】e
【解析】解：$\int 01(e^x+2x)dx=(e^x+x^2)|_0^1=e+1-1=e$；
故答案为：e；
找出被积函数的原函数，然后计算．
本题考查了定积分的计算；关键是正确找出被积函数的原函数．

14. 已知$cos(\theta+\pi)=-\frac{1}{3}$，则$sin(2\theta+\frac{\pi}{2})=$______．

【答案】$-\frac{7}{9}$

【解析】解：$\because cos(\theta+\pi)=-\frac{1}{3}$,

$\therefore cos\theta=\frac{1}{3}$,

$\therefore sin(2\theta+\frac{\pi}{2})=cos2\theta=2cos^2\theta-1=\frac{2}{9}-1=-\frac{7}{9}$,

故答案为：$-\frac{7}{9}$

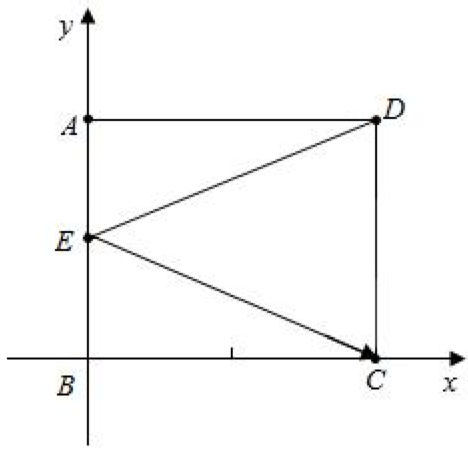
根据诱导公式和二倍角公式即可求出．

本题考查了诱导公式和二倍角公式，属于基础题．

15. 已知正方形 ABCD 边长为 2，E 为 AB 边上一点，则$\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{EC}$的最小值为______．

【答案】3

【解析】解：以 B 点为原点，建立如图所示的坐标系，



∵正方形 ABCD 的边长为 2，点 E 是 AB 边上的点，

设$E(0,y)$，则$y\in[0,2]$；

又$D(2,2)$，$C(2,0)$，

∴$\overrightarrow{ED}=(2,2-y)$，$\overrightarrow{EC}=(2,-y)$，

∴$\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{EC}=2\times2+(2-y)\times(-y)=y^2-2y+4=(y-1)^2+3$，

当$y=1$时，$\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{EC}$取得最小值为 3．

故答案为：3．

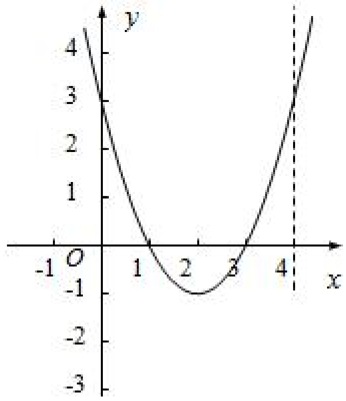
以 B 点为原点，建立如图所示的坐标系，根据向量的坐标运算即可求出答案．

本题考查向量数量积的计算问题，解题时要注意数形结合法的合理运用．

16. 已知$f(x)=x^2-4x+3$在$[0,a]$的值域是$[-1,3]$.实数 a 的取值范围记为集合 A，$g(x)=cos^2x+\frac{a}{2}sinx$.记$g(x)$的最大值为$g(a)$.若$g(a)\geq b$，对任意实数$a\in A$恒成立，则实数 b 的取值范围是______．

【答案】$b\leq\frac{5}{4}$

【解析】解：作函数$f(x)=x^2-4x+3$的图象如下，



，

∵ $f(x)=x^2-4x+3$在$[0,a]$的值域是$[-1,3]$，

∴ $2\leq a\leq 4$，故 A= $[2,4]$；

$$g(x)=cos^2x+\frac{a}{2}sinx=1-sin^2x+\frac{a}{2}sinx$$

$=-(sinx-\frac{a}{4})^2+1+\frac{a^2}{16}$，

∵ $\frac{1}{2}\leq\frac{a}{4}\leq 1$，

∴ $g(a)=1+\frac{a^2}{16}$，

∵ $A=[2,4]$，∴ $g_{min}(a)=1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$，

∵ $\mathrm{g}(a)\geq b$对任意实数$a\in A$恒成立，

$\therefore b \le \frac{5}{4}$,

故答案为：$b \le \frac{5}{4}$.

作函数$f(x) = x^2 - 4x + 3$的图象，从而可得$A = [2,4]$；再化简$g(x) = -(sinx - \frac{a}{4})^2 + 1 + \frac{a^2}{16}$，从而可得$g(a) = 1 + \frac{a^2}{16}$，再求$g(a)$的最小值即可.

本题考查了二次函数的性质与应用，三角函数的最值的求法，同时考查了恒成立问题.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70.0 分）

17. 在$\triangle ABC$中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且满足$A = 45°$，$cosB = \frac{3}{5}$.

(Ⅰ)求$sinC$的值；

(Ⅱ)设$a = 5$，求$\triangle ABC$的面积.

【答案】(本小题满分 12 分)

解：(Ⅰ) $\because cosB = \frac{3}{5}$. $\therefore sinB = \frac{4}{5}$...2'

$$\therefore sinC = sin(A + B) = sin(45° + B) = \frac{\sqrt{2}}{2}cosB + \frac{\sqrt{2}}{2}sinB = \frac{7\sqrt{2}}{10} \text{...6'}$$

(Ⅱ)由正弦定理得，$b = \frac{asinB}{sinA} = \frac{5\times\frac{4}{5}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 4\sqrt{2}$...9'

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}absinC = \frac{1}{2} \times 5 \times 4\sqrt{2} \times \frac{7\sqrt{2}}{10} = 14 \text{...12'}$$

【解析】(Ⅰ)利用同角三角函数基本关系式以及两角和与差的三角函数求解$sinC$的值；

(Ⅱ)利用正弦定理求出 b，然后求解三角形的面积即可.

本题考查正弦定理的应用，两角和与差的三角函数的应用，考查计算能力.

18. 已知 p：方程$x^2 + ax + \frac{1}{16} = 0$有两个不相等的负实数根；q：关于 a 的不等式$\frac{1}{a} > 1$

(1)如果 p 是真命题，求实数 a 的取值范围；

(2)如果“p 或 q“为真命题且“p 且 q“为假命题，求实数 a 的取值范围.

【答案】解(1)因为方程$x^2 + ax + \frac{1}{16} = 0$有两个不相等的负实数根，所以$x_1 < 0$，$x_2 < 0$，

$\therefore \begin{cases} \triangle = a^2 - \frac{1}{4} > 0 \\ x_1 + x_2 = -a < 0 \\ x_1x_2 = \frac{1}{16} > 0 \end{cases}$，解得$a > \frac{1}{2}$.

即 p 是真命题：$a > \frac{1}{2}$.

(2)关于 a 的不等式$\frac{1}{a} > 1 \Leftrightarrow \frac{1-a}{a} > 0 \Leftrightarrow 0 < a < 1$，

“p 或 q“为真命题且“p 且 q“为假命题$\Leftrightarrow p$、q 一个为真命题，一个为假命题，

$\therefore \begin{cases} a > \frac{1}{2} \\ a \le 0或a \ge 1 \end{cases}$或$\begin{cases} a \le \frac{1}{2} \\ 0 < a < 1 \end{cases}$，

$\therefore a \ge 1$或$0 < a \le \frac{1}{2}$

【解析】(1)p为真命题，则有$\begin{cases}\triangle=a^2-\frac{1}{4}>0\\x_1+x_2=-a<0\\x_1x_2=\frac{1}{16}>0\end{cases}$，解得$a>\frac{1}{2}$.

(2)若q为真命题，则有$0<a<1$，由“p或q”为真命题，“p且q”为假命题，知命题p与q一真一假.
本题考查了方程与不等式的解法、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

19. 已知函数$f(x)=cos^2x-\sqrt{3}sinxcosx+2sin^2x-\frac{1}{2}$.

(Ⅰ)求函数$f(x)$的最小正周期;

(Ⅱ)若$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，求函数$f(x)$的值域.

【答案】(本小题满分12分)

解：(Ⅰ)$\because f(x)=cos^2x-\sqrt{3}sinxcosx+2sin^2x-\frac{1}{2}$

$$=\frac{1+cos2x}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}sin2x+2\times\frac{1-cos2x}{2}-\frac{1}{2}=1-\frac{1}{2}cos2x-\frac{\sqrt{3}}{2}sin2x$$

$$=1-sin(2x+\frac{\pi}{6})\ldots5'$$

$\therefore$其最小正周期为：$T=\frac{2\pi}{2}=\pi\ldots6'$

(Ⅱ)由(Ⅰ)知$f(x)=1-sin(2x+\frac{\pi}{6})$，

又$\because x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，$f(x)$在区间$[0,\frac{\pi}{6}]$上是减函数，在区间$[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$上是增函数$\ldots8$

又$f(0)=\frac{1}{2}$，$f(\frac{\pi}{2})=\frac{3}{2}$，$f(\frac{\pi}{6})=0\ldots11$

$\therefore$函数$f(x)$的值域为$[0,\frac{3}{2}]\ldots12$

【解析】(Ⅰ)利用二倍角公式以及两角和与差的三角函数化简函数的解析式，然后求函数$f(x)$的最小正周期;
(Ⅱ)求出相位的范围，然后利用正弦函数的有界性求解即可.
本题考查三角函数的化简求值，周期的求法，两角和与差的三角函数的应用，考查计算能力.

20. 已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_2+a_3=9,a_2+a_8=18$,数列$\{b_n\}$的前n项和为S_n，且满足$S_n=2b_n-2$.

(1)求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式;

(2)数列$\{c_n\}$满足$c_n=\frac{a_n}{b_n}$，求数列$\{c_n\}$的前n项和T_n.

【答案】解：(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，
$\because a_1+a_2+a_3=9$，$\therefore 3a_2=9$，即$a_2=3$，
$\because a_2+a_8=18$，$\therefore 2a_5=18$，即$a_5=9$，
$\therefore 3d=a_5-a_2=9-3=6$，即$d=2$，
$\therefore a_1=a_2-d=3-2=1$，
$\therefore a_n=1+2(n-1)=2n-1$;

$\because S_n=2b_n-2$，
$\therefore b_{n+1}=S_{n+1}-S_n=2b_{n+1}-2b_n$，
即$b_{n+1}=2b_n$，
又$b_1=2b_1-2$，$\therefore b_1=2$，
∴数列$\{b_n\}$是以首项和公比均为 2 的等比数列，
$\therefore b_n=2\cdot 2^{n-1}=2^n$；
∴数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式分别为：$a_n=2n-1$、$b_n=2^n$；

(2)由(1)知$c_n=\frac{a_n}{b_n}=\frac{2n-1}{2^n}$，

$\therefore T_n=\frac{1}{2}+\frac{3}{2^2}+\dots+\frac{2n-1}{2^n}$，

$\therefore \frac{1}{2}T_n=\frac{1}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\dots+\frac{2n-3}{2^n}+\frac{2n-1}{2^{n+1}}$，

两式相减可得$\frac{1}{2}T_n=\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{2}{2^3}+\dots+\frac{2}{2^n}+\frac{2n-1}{2^{n+1}}$

$=\frac{1}{2}+\frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^{n-1}})}{1-\frac{1}{2}}-\frac{2n-1}{2^{n+1}}=\frac{1}{2}+1-\frac{1}{2^{n-1}}-\frac{2n-1}{2^{n+1}}=\frac{3}{2}-\frac{2n+3}{2^{n+1}}$，

$\therefore T_n=3-\frac{2n+3}{2^n}$.

【解析】(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，利用等差中项的性质及已知条件“$a_1+a_2+a_3=9$、$a_2+a_8=18$”可得公差，进而可得数列$\{a_n\}$的通项；利用“$b_{n+1}=S_{n+1}-S_n$”及“$b_1=2b_1-2$”，可得公比和首项，进而可得数列$\{b_n\}$的通项；

(2)利用$c_n=\frac{a_n}{b_n}=\frac{2n-1}{2^n}$，利用错位相减法及等比数列的求和公式即得结论.

本题考查求数列的通项及求和，利用错位相减法是解决本题的关键，注意解题方法的积累，属于中档题.

21. 已知函数$f(x)=(x^2+mx+n)e^x$，其导函数$y=f'(x)$的两个零点为-3和 0.
(1)求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；
(2)求函数$f(x)$的单调区间；
(3)求函数$f(x)$在区间$[-2,2]$上的最值.
【答案】解：(1) $\because f(x)=(x^2+mx+n)e^x$，
$\therefore f'(x)=(2x+m)e^x+(x^2+mx+n)e^x=[x^2+(2+m)x+(m+n)]e^x$，
由$\begin{cases} f'(-3)=0 \\ f'(0)=0 \end{cases}$知$\begin{cases} 9-3(m+2)+(m+n)=0 \\ m+n=0 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} m=1 \\ n=-1 \end{cases}$，
从而$f(x)=(x^2+x-1)e^x$，$\therefore f'(x)=(x^2+3x)e^x$，所以$f(1)=e$，$f'(1)=4e$
曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程为：$y-e=4e(x-1)$，即$y=4ex-3e$，
(2)由于$e^x>0$，当 x 变化时，$f'(x)$，$f(x)$的变化情况如下表：

x	$(-\infty,-3)$	-3	$(-3,0)$	0	$(0,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	单调递增	极大值	单调递减	极小值	单调递增

故$f(x)$的单调增区间时$(-\infty,-3)$，$(0,+\infty)$，单调递减区间是$(-3,0)$
(3)由于$f(2)=5e^2$，$f(0)=-1$，$f(-2)=e^{-2}$，所以函数$f(x)$在区间$[-2,2]$上的最大值为$5e^2$，最小值为-1
【解析】(1)根据导数的几何意义得切线的斜率；
(2)利用导数的符号得单调区间；
(3)根据单调性求函数的最值.

本题考查了导数的几何意义、利用导数研究函数的单调性、求函数的最值.属中档题.

22. 已知函数$f(x)=-2alnx+2(a+1)x-x^2(a>0)$.

(Ⅰ)若函数$f(x)$的图象在点$(2,f(2))$处的切线与直线$x-y+1=0$平行，求实数 a 的值

(Ⅱ)讨论函数$f(x)$的单调性

(Ⅲ)若在函数$f(x)$定义域内，总有$f(x)\geq -x^2+2ax+b$成立，试求实数$a+b$的最大值.

【答案】解：(Ⅰ)∵函数$f(x)=-2alnx+2(a+1)x-x^2(a>0)$，

$\therefore x\in(0,+\infty)$，$f'(x)=-\frac{2a}{x}+2a+2-2x$，

∵函数$f(x)$的图象在点$(2,f(2))$处的切线与直线$x-y+1=0$平行，

∴由题意得$f'(2)=a-2=1$，解得$a=3$.

(Ⅱ)由(Ⅰ)得$f'(x)=\frac{-2(x-a)(x-1)}{x}\leq 0$，$x\in(0,+\infty)$.

①当$a=0$时，$f'(x)=\frac{-2(x-1)^2}{x}\leq 0$，∴函数$f(x)$在$(0,+\infty)$单调递减.

②当$0<a<1$时，由$f'(x)>0$，得$a<x<1$；

由$f'(x)<0$，得$0<x<a$或$x>1$.

∴函数$f(x)$在$(a,1)$上单调递增，在$(0,a)$，$(1,+\infty)$上单调递减.

③当$a>1$时，由$f'(x)>0$，得$1<x<a$；

由$f'(x)<0$，得$0<x<1$或$x>a$.

∴函数$f(x)$在$(1,a)$上单调递增，在$(0,1)$，$(a,+\infty)$上单调递减.

综上，当$a=1$时，函数$f(x)$在$(0,+\infty)$单调递减；

当$0<a<1$时，函数$f(x)$在$(a,1)$上单调递增，在$(0,a)$，$(1,+\infty)$上单调递减；

当$a>1$时，函数$f(x)$在$(1,a)$上单调递增，在$(0,1)$，$(a,+\infty)$上单调递减.

(Ⅲ)由题意$f(x)\geq -x^2+2ax+b(x\in(0,+\infty))$恒成立，

即$-2alnx+2(a+1)x-x^2\geq -x^2+2ax+b$，$(x\in(0,+\infty))$恒成立，

即$2alnx-2x+b\leq 0(x\in(0,+\infty))$恒成立，(＊)

令$g(x)=2alnx-2x+b$，$(x\in(0,+\infty))$，则只需$g(x)_{min}\leq 0$，

$\therefore g'(x)=\frac{2(a-x)}{x}$，$(x\in(0,+\infty)$，

令$g'(x)=0$，得$x=a$，$(a>0)$，

∴当$x\in(0,a)$时，$g'(x)>0$，此时函数$g(x)$在$(0,a)$上单调递增，

当$x\in(a,+\infty)$时，$g'(x)<0$，此时函数$g(x)$在$(a,+\infty)$上单调递减，

$\therefore g(x)_{max}=g(a)=2a\ln a-2a+b\leq 0$，

$\therefore b\leq 2a-2alna$，$(a\in(0,+\infty))$，$\therefore a+b\leq 3a-2alna$，$(a\in(0,+\infty))$，

令$h(x)=3x-2xlnx$，$x\in(0,+\infty)$，则只需$a+b\leq h(x)_{max}$.

$\therefore h'(x)=1-2lnx$，$x\in(0,+\infty)$，

由$h'(x)>0$，得$0<x<\sqrt{e}$，此时$h(x)$在$(0,\sqrt{e})$上单调递增，

由$h'(x)<0$，得$x>\sqrt{e}$，此时，$h(x)$在$(\sqrt{e},+\infty)$上单调递增减，

$\therefore h(x)_{\max}=h(\sqrt{e})=2\sqrt{e}$，

即$a+b\leq 2\sqrt{e}$.

∴实数$a+b$的最大值为$2\sqrt{e}$.

【解析】(Ⅰ)推导出$x\in(0,+\infty)$，$f'(x)=-\frac{2a}{x}+2a+2-2x$，由函数$f(x)$的图象在点$(2,f(2))$处的切线与直线$x-y+1=0$平行，利用导数的几何意义能求出 a.

(Ⅱ)由$\mathbf{f'(x)=\frac{-2(x-a)(x-1)}{x}\le 0}$，$\mathbf{x\in(0,+\infty)}$，根据$\mathbf{a=0}$，$\mathbf{0<a<1}$，$\mathbf{a>1}$进行分类讨论，利用导数性质讨论函数$\mathbf{f(x)}$的单调性．
(Ⅲ)由题意$\mathbf{f(x)\ge -x^2+2ax+b(x\in(0,+\infty))}$恒成立，即$\mathbf{2alnx-2x+b\le 0(x\in(0,+\infty))}$恒成立，令$\mathbf{g(x)=2alnx-2x+b}$，$\mathbf{(x\in(0,+\infty))}$，则只需$\mathbf{g(x)}_{min}\le 0$，推导出$g(x)_{max}=g(a)=2alna-2a+b\le 0$，从而$a+b\le 3a-2alna$，$(a\in(0,+\infty))$，令$h(x)=3x-2xlnx$，$x\in(0,+\infty)$，则只需$a+b\le h(x)_{max}$.由此能求出实数$a+b$的最大值．
本题考查实数值的求法，考查函数的单调性质的讨论，考查实数的最大值的求法，考查导数性质、导数的几何意义、函数的最值等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力，考查化归与转化思想、函数与方程思想，是中档题．