新教材必修第一册：期末综合测试卷（一）

一、单项选择题：本题 10 小题，每小题 4 分，共 52 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.设集合 $A=\{x\mid x-1>0\}$，集合 $B=\{x\mid x\le 3\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $(-1,3)$　　B. $(1,3]$　　C. $[1,3)$　　D. $[-1,3]$

2.设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+1, x\le 1\\ \dfrac{2}{x}, x>1\end{cases}$，则 $f(f(3))=$（　　）

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{13}{9}$　　D. 3

3.函数 $y=\dfrac{\sqrt{-x^2-3x+4}}{\lg(x+1)}$ 的定义域是（　　）

A. $(-1,1]$　　B. $(-1,0)\cup(0,1]$　　C. $[-4,1]$　　D. $(-1,0)\cup(0,1)$

4.下列四个命题：

① $f(x)=\sqrt{x-2}+\sqrt{1-x}$ 有意义；

②函数是其定义域到值域的映射；

③函数 $y=2x(x\in N)$ 的图像是一直线；

④函数 $y=\begin{cases}x^2, x\ge 0\\ -x^2, x<0\end{cases}$ 的图像是抛物线，其中正确命题的个数是（　　）

A. 1　　B. 2　　C.3　　D.4

5.已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x+2<0\}, B=\{x\mid x(x-m)>0\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，则实数 m 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,0]$　　B. $[0,2]$　　C. $[2,+\infty)$　　D. $[0,1]$

6.已知 $f(x)=\begin{cases}(3a-1)x+4a, x<1\\ \log_a x, x\ge 1\end{cases}$ 是（$-\infty,+\infty$）上减函数，那么 a 的取值范围（　　）

A.（0,1）　　B.（0，$\frac{1}{3}$）　　C. $[\frac{1}{7},\frac{1}{3})$　　D. $(\frac{1}{7},\frac{1}{3})$

7.函数 $f(x)$ 在定义域 $(0,+\infty)$ 上单调递减，则函数 $y=f(-x^2+4x)$ 的单调递增区间是（　　）

A.（$-\infty,2$）　　B.（$2,+\infty$）　　C.（0,2）　　D.（2,4）

8.若奇函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，且 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f(x)=-3^x+\frac{1}{x}$，则 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f(x)=$（　　）

A. $-\frac{1}{3^x}-\frac{1}{x}$　　B. $\frac{1}{3^x}-\frac{1}{x}$　　C. $-\frac{1}{3^x}+\frac{1}{x}$　　D. $\frac{1}{3^x}+\frac{1}{x}$

9.已知 $A=\{$第一象限角$\}$，$B=\{$锐角$\}$，$C=\{$小于$90°$的角$\}$，那么 A，B，C 的关系是（　　）

A. $B\cup C=C$　　B. $B=A\cap C$　　C. $A\subseteq C$　　D. $A=B=C$

10. 已知函数 $f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$，若要得到一个奇函数的图像，则可以将函数（　　）.

A. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度　　B. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

C. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度　　D. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

二、多项选择题（本大题共 3 小题，每小题 4 分，共 12 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 4 分，选对但不全的得 2 分，有选错的得 0 分）

11. 下列四个命题中假命题是（　　）

A. $\forall x\in R, x^2+3<0$　　B. $\forall x\in N, x^2>1$

C. $\exists x\in Z,$ 使 $x^5<1$　　D. $\exists x\in Q$，$x^2=3$

12. 函数 $y=3\sin(\frac{\pi}{4}-x)$ 的一个单调递减间为（　　）

A. $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$　　B. $[-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$　　C. $[\frac{7\pi}{4},\frac{11\pi}{4}]$　　D. $[-\frac{3\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$

13. 定义域为 R 的函数 $f(x)$ 在 $(8,+\infty)$ 上是减函数，若函数 $y=f(x+8)$ 是偶函数，则（　　）

A. $f(6)>f(7)$　　B. $f(6)>f(9)$　　C. $f(7)=f(9)$　　D. $f(7)>f(10)$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分.

14. 设 A，B 是 R 的两个子集，对任意 $x\in R$，定义：$m=\begin{cases}0, & x\notin A\\ 1, & x\in A\end{cases}$，$n=\begin{cases}0, & x\notin B\\ 1, & x\in B\end{cases}$

①若 $A\subseteq B$，则对任意 $x\in R$，$m(1-m)=$_________;

②若对任意 $x\in R$，$m+n=1$，则 A，B 的关系为___________.

15. 已知方程 $x^3=4-x$ 的解在 $(k,k+\frac{1}{2})$ 内，k 是 $\frac{1}{2}$ 的整数倍，则实数 k 的值是__________.

16. 函数 $f(x)=\ln(x-2)$ 的零点为__________.

17. 已知α为第三象限的角，且$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$，则$\tan\alpha=$__________.

三、解答题：本题共 6 分，共 82 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18.（本小题满分 12 分）

设矩形 ABCD（AB>BC）的周长为 24，把它沿对角线 AC 对折，折过去后，AB 交 DC 于点 P，设 AB=x，求△ADP 的最大面积以及相应的x的值.

19.（本题满分 14 分）

阅读下列材料，解答问题

$(2x-5)^2+(3x+7)^2=(5x+2)^2$

解：设$m=2x-5$，$n=3x+7$，则$m+n=5x+2$

则原方程可化为$m^2+n^2=(m+n)^2$

所以$mn=0$，即$(2x-5)(3x+7)=0$

解之得，$x_1=\frac{5}{2},x_2=-\frac{7}{3}$.

则不等式$(2x-5)^2+(3x+7)^2>(5x+2)^2$的解集为$\{x|-\frac{7}{3}<x<\frac{5}{2}\}$.

请利用上述方法解不等式$(4x-5)^2+(3x-2)^2<(x-3)^2$.

20.（本小题满分 14 分）

已知不等式$x^2-(a+1)x+a<0$的解集为 M.

（1）若 $2 \in M$，求实数a的取值范围；

（2）当 M 为空集时，求不等式$\dfrac{1}{x-a}<2$的解集.

21.（本小题满分 14 分）

已知 A，B，C 是三角形的内角，$\sqrt{3}\sin A-\cos A$是方程$x^2-x+2a=0$的两根.

（1）求角 A；

（2）若$\dfrac{1+2\sin B\cos B}{\cos^2 B-\sin^2 B}=-3$，求$\tan B$.

22.（本小题满分 14 分）

若函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$的最小值为-2，且它的图象经点$(0,\sqrt{3})$和$(\dfrac{5\pi}{6},0)$，且函数$f(x)$在$[0,\dfrac{\pi}{6}]$上单调递增.

（1）求$f(x)$的解析式；

（2）若$x\in[0,\dfrac{5\pi}{8}]$，求$f(x)$的值域.

23.（本小题满分 14 分）

某旅游区提倡低碳生活，在景区提供自行车出租. 该景区有 50 辆自行车供游客租赁使

用，管理这些自行车的费用是每日115元.根据经验，若每辆自行车的日租金不超过6元，则自行车可以全部租出；若超过6元，则每超过1元，租不出的自行车就增加3辆.为了便于结算，每辆自行车的日租金x（元）只取整数，并且要求出租车一日的总收入必须高于这一日的管理费用，用y（元）表示出租自行车的日净收入（日净收入=一日出租自行车的总收入-管理费用）.

（1）求函数$y=f(x)$的解析式及其定义域；

（2）试问当每辆自行车的日租金定为多少元时，才能使日净收入最多？

答案：

1.B

2.C

3.B

4.A

5.C

6.C

7.D

8.D

9.A

10.D

11.ABD

12.BC

13.CD

14.① 0；　②$A=C_RB$.

15.1

16. 3

17. 2

18. 设 $DP=a,PC=AP=x-a$

又周长为 24，所以 $AD=12-x$

$\therefore (12-x)^2+a^2=(x-a)^2,\therefore a=12-\dfrac{72}{x}.$

$S_{\Delta ADP}=\dfrac{1}{2}\times(12-x)\times(12-\dfrac{72}{x})=108-6(x+\dfrac{72}{x})\le 108-72\sqrt{2}$

当 $x=6\sqrt{2}$ 时，△ADP 的最大面积为$108-72\sqrt{2}.$

19. $\{x|\dfrac{2}{3}<x<\dfrac{5}{4}\}$.

20. （1） $4-2(a+1)+a<0,$解得 $a>2$.

（2）当 M 为空集时，$(x-a)(x-1)<0$的解为空集，$\therefore a=1$，

$\therefore \dfrac{1}{x-a}<2$即$\dfrac{1}{x-1}<2$

$\therefore \dfrac{2x-3}{x-1}>0$

即$(2x-3)(x-1)>0$，解得 $x>\dfrac{3}{2}$或$x<1$

$\therefore$此不等式的解集为$\{x|x>\dfrac{3}{2}$或$x<1\}$.

21. （1） $A=\dfrac{\pi}{3}$

（2）由 $\dfrac{1+\sin B\cos B}{\cos^2 B-\sin^2 B}=-3$，

得$\sin^2 B-\sin B\cos B-2\cos^2 B=0$

$\because \cos B\ne 0$

$\therefore \tan^2 B-\tan B-2=0$

$\therefore \tan B=2$或$\tan B=-1$

$\because \tan B=-1$使$\cos^2 B-\sin^2 B=0$，舍去

故$\tan B=2.$

22. （1） $f(x)=2\sin(\dfrac{4}{5}x+\dfrac{\pi}{3})$

（2）$\because x\in[0,\dfrac{5\pi}{8}],\therefore \dfrac{4}{5}x+\dfrac{\pi}{3}\in[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{6}]$

由图象可知$f(x)=2\sin(\frac{4}{5}x+\frac{\pi}{3})$的值域为[1, 2].

23.（1）$y=\begin{cases}50x-115(3\le x\le 6,x\in N^*)\\-3x^2+68x-115(6<x\le 20,x\in N^*)\end{cases}$

定义域为$\{x|3\le x\le 20,x\in N^*\}$

（2）对于$y=50x-115(3\le x\le 6,x\in N^*)$

显然当$x=6$时，$y_{\max}=185$（元）

对于$y=-3x^2+68x-115=-3(x-\frac{34}{3})^2+\frac{811}{3}(6<x\le 20,x\in N^*)$

当$x=11$时，$y_{\max}=270$（元）

∵270>185

∴当每辆自行车的日租金定为11元时，才能使日净收入最多.