

高二数学学测第一次模拟试卷

科目：数学 作业总分：100 分

一、单选题(本题共计18题,共计54分)

1. (3分) 若 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 3\}$, 则 $\complement_U(M \cup N)$ 是 ()
 A、 $\{2\}$ B、 $\{4\}$ C、 $\{1, 3, 4\}$ D、 $\{1, 2, 3\}$
2. (3分) 若 $(1+i) + (2-3i) = a+bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$), 其中 i 是虚数单位, 则 a, b 的值分别等于 ()
 A、 $a=3, b=2$ B、 $a=-1, b=4$ C、 $a=3, b=-2$ D、 $a=-3, b=2$
3. (3分) 已知 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, 且 α 为第二象限角, 则 $\cos \alpha$ 的值为 ()
 A、 $\frac{4}{5}$ B、 $-\frac{4}{5}$ C、 $\frac{3}{5}$ D、 $-\frac{3}{5}$
4. (3分) 已知向量 $\vec{a} = (1, m)$, $\vec{b} = (-1, 2)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则实数 m 等于 ()
 A、 $\frac{1}{2}$ B、 $-\frac{1}{2}$ C、 -2 D、 2
5. (3分) 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 “ $x > 1$ ” 是 “ $x > 0$ ” 的 ()
 A、充分不必要条件 B、必要不充分条件
 C、充要条件 D、既不充分也不必要条件
6. (3分) 在空间, 下列命题正确的是 ()
 A、平行于同一平面的两条直线平行 B、平行于同一直线的两个平面平行
 C、垂直于同一平面的两条直线平行 D、垂直于同一平面的两个平面平行
7. (3分) 有一组数据, 将其从小到大排序如下: 157, 159, 160, 161, 163, 165, 168, 170, 171, 173. 则这组数据的第75百分位数是 ()
 A、165 B、168 C、170 D、171
8. (3分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x}$, 则 $f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right) =$ ()
 A、2 B、 $-\frac{5}{2}$ C、 $\frac{5}{4}$ D、-1
9. (3分) 函数 $f(x) = \lg x + x - 3$ 的零点所在区间为 ()
 A、(0, 1) B、(1, 2) C、(2, 3) D、(3, 4)
10. (3分) 已知 $a = \log_3 2$, $b = \log_4 2$, $c = \log_5 2$, 则 ()
 A、 $c > b > a$ B、 $c > a > b$ C、 $b > a > c$ D、 $a > b > c$
11. (3分) 容量为100的样本数据被分为6组, 如下表

组号	1	2	3	4	5	6
频数	14	17	X	20	16	15

 第3组的频率是 ()
 A、0.15 B、0.16 C、0.18 D、0.20
12. (3分) 棱长为 a 的正方体的顶点都在半径为 R 的球面上, 则 ()
 A、 $R=a$ B、 $R=\frac{\sqrt{3}}{2}a$ C、 $R=2a$ D、 $R=\sqrt{3}a$
13. (3分) 从1, 2, 3, 4, 5这五个数字中任取两数, 则所取两数均为偶数的概率是 ()
 A、 $\frac{1}{10}$ B、 $\frac{1}{5}$ C、 $\frac{2}{5}$ D、 $\frac{3}{5}$
14. (3分) 若点 $A(-2, -3)$, $B(0, y)$, $C(2, 5)$ 共线, 则 y 的值等于 ()
 A、-4 B、-1 C、1 D、4
15. (3分) 设 $a, b, c, d \in \mathbf{R}$, 给出下列命题: ①若 $ac > bc$, 则 $a > b$; ②若 $a > b$, $c > d$, 则 $a+c > b+d$; ③

若 $a>b$, $c>d$, 则 $ac>bd$; ④若 $ac^2>bc^2$, 则 $a>b$.其中真命题的序号是()

- A、①② B、②④ C、①②④ D、②③④

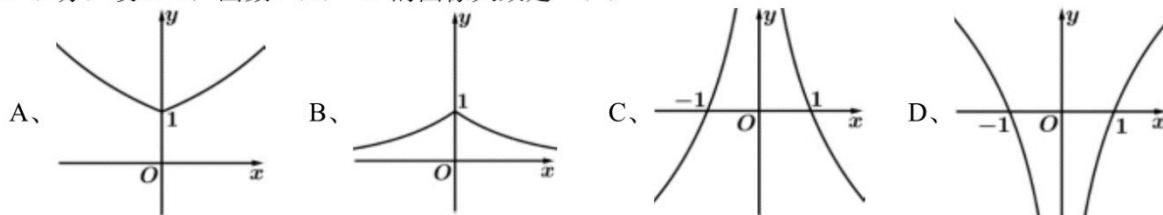
16. (3分) 将函数 $y = 2\sin(x + \frac{\pi}{3})$ 的图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 所得图象对应的表达式为 ()

- A、 $y = 2\sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3})$ B、 $y = 2\sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6})$ C、 $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$ D、 $y = 2\sin(2x + \frac{2\pi}{3})$

17. (3分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 若 $b = 2c \sin B$, 则 $\sin C =$ ()

- A、1 B、 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D、 $\frac{1}{2}$

18. (3分) 设 $a>1$, 函数 $f(x) = a^{|x|}$ 的图像大致是 ()



二、填空题(本题共计4题,共计16分)

19. (4分) 若 $x > 0$, 则 $x + \frac{4}{x}$ 的最小值为_____.

20. (4分) 某校高二年级有男生510名, 女生490名, 若用分层随机抽样的方法从高二年级学生中抽取一个容量为200的样本, 则女生应抽取_____名.

21. (4分) 函数 $y = 2\sin(\frac{\pi}{3}x + \frac{1}{2})$ 的最小正周期是_____.

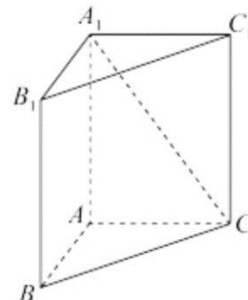
22. (4分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ 2x, & x < 0 \end{cases}$, 则 $f(\log_9 \frac{1}{3}) =$ _____.

三、解答题(本题共计3题,共计30分)

23. (10分) 如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $AB=3$, $AC=4$, $BC=5$.

(1)求证: $AB \perp$ 平面 ACC_1A_1 ;

(2)若异面直线 BB_1 与 A_1C 所成的角为 30° , 求三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积.



24. (10分) 已知函数 $f(x) = \frac{2}{3^x - 1} + a$.

(1)根据函数单调性的定义证明函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递减;

(2)若函数 $f(x)$ 是奇函数, 求实数 a 的值.

25. (10分) 函数 $f(x) = 2\sin x \cos x + \cos^2 x - \sin^2 x$, 求:

(1) $f(15^\circ)$;

(2) $f(x)$ 的最大值.

高二数学学测第一次模拟试卷（答案）

科目：数学 作业总分：100 分

一、单选题(本题共计18题,共计54分)

1. (3分) 【答案】 B

【解析】 根据给定条件求出 $M \cup N$ ，再求 $\complement_U(M \cup N)$ 即可得解.

【详解】

因 $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 3\}$, 则 $M \cup N = \{1, 2, 3\}$, 而 $U = \{1, 2, 3, 4\}$,

所以 $\complement_U(M \cup N) = \{4\}$.

故选: B

2. (3分) 【答案】 C

【解析】 将等式合并计算结果, 求出 a, b 即可.

【详解】

解: 由题知 $(1+i) + (2-3i) = 3-2i = a+bi$,

$\therefore a, b \in \mathbf{R}$,

$\therefore a = 3, b = -2$.

故选: C

3. (3分) 【答案】 D

【解析】 直接根据同角三角函数关系得到答案.

【详解】

α 为第二象限角, 则 $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = -\frac{3}{5}$.

故选: D

4. (3分) 【答案】 A

【解析】 根据向量垂直列方程, 化简求得 m 的值.

【详解】

由于 $\vec{a} \perp \vec{b}$,

所以 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1 + 2m = 0, m = \frac{1}{2}$.

故选: A

5. (3分) 【答案】 A

【解析】 根据充分条件和必要条件的定义即可判断, 进而可得正确选项.

【详解】

若 $x > 1$ 可以得出 $x > 0$, 但 $x > 0$ 得不出 $x > 1$.

所以“ $x > 1$ ”是“ $x > 0$ ”的充分不必要条件,

故选: A

6. (3分) 【答案】 C

【解析】 A. 利用两直线的位置关系判断; B. 利用两平面的位置关系判断; C. 利用线面垂直的性质定理判断; D. 利用两平面的位置关系判断.

【详解】

A. 平行于同一平面的两条直线平行、相交或异面, 故错误;

B. 平行于同一直线的两个平面平行或相交, 故错误;

C. 由线面垂直的性质定理知: 垂直于同一平面的两条直线平行, 故正确;

D. 垂直于同一平面的两个平面平行或相交, 故错误;

故选: C

7. (3分) 【答案】 C

【解析】 根据百分位数的定义求解即可.

【详解】

因为 $10 \times 75 = 7.5$,

所以这组数据的第75百分位数是第8个数170,

故选: C

8. (3分) 【答案】 A

【解析】 根据分段函数解析式求得正确答案.

【详解】

$f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right) = f\left(2 \times \frac{1}{2}\right) = f(1) = 2 \times 1 = 2$.

故选: A

9. (3分) 【答案】 C

【解析】 首先判断函数的单调性, 再根据零点存在性定理判断即可;

【详解】

解: 因为 $y = \lg x$ 与 $y = x - 3$ 在定义域上单调递增,

所以 $f(x) = \lg x + x - 3$ 在定义域 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

又 $f(1) = \lg 1 + 1 - 3 = -2 < 0$, $f(2) = \lg 2 + 2 - 3 = -1 + \lg 2 < 0$, $f(3) = \lg 3 + 3 - 3 = \lg 3 > 0$,

即 $f(2) \cdot f(3) < 0$, 所以 $f(x)$ 的零点位于 $(2, 3)$ 内;

故选: C

10. (3分) 【答案】 D

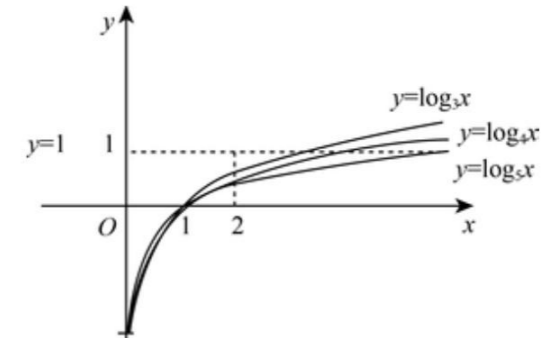
【解析】 根据对数函数在同一坐标系中作函数 $y = \log_2 x, y = \log_4 x, y = \log_5 x$ 的图象, 结合图象即可比较函数值大小.

【详解】

解: 如下图, 作函数 $y = \log_2 x, y = \log_4 x, y = \log_5 x$ 的图象

由图可知, 当 $x = 2$ 时, $\log_3 2 > \log_4 2 > \log_5 2$, 即 $a > b > c$.

故选: D.



11. (3分) 【答案】 C

【解析】 由频率分布表求出第三组的频数, 由此能求得答案

【详解】

由频率分布表可得第3组的频数为:

$x = 100 - 14 - 17 - 20 - 16 - 15 = 18$

\therefore 第3组的频率为 $p = \frac{18}{100} = 0.18$

故选: C

12. (3分) 【答案】 B

【解析】 根据正方体的对角线长等于其外接球的直径, 列出方程, 即可求解.

【详解】

由题意, 棱长为 a 的正方体的对角线长为 $l = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3}a$.

则正方体外接球的直径为 $2R = \sqrt{3}a$, 可得 $R = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

故选: B.

13. (3分) 【答案】 A

【解析】 分别求出基本事件的总数以及所取两数均为偶数包含的基本事件的个数, 由古典概率公式即可求解.

【详解】

从 $1, 2, 3, 4, 5$ 中抽取两个数基本事件有:

$(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)$ 共10种,

所取的两个数均为偶数的有 $(2, 4)$, 共1种,

所以所取两数均为偶数的概率为 $P = \frac{1}{10}$,

故选: A.

14. (3分) 【答案】 C

【解析】 首先根据已知条件, 首先求出 \vec{AB}, \vec{AC} 的坐标表示, 然后利用三点共线的向量表示即可求解.

【详解】

由题意可知, $\vec{AB} = (2, y+3), \vec{AC} = (4, 8)$,

因为 $A(-2, -3), B(0, y), C(2, 5)$ 共线,

故 $\vec{AB} = \lambda \vec{AC}$, 即 $(2, y+3) = (4\lambda, 8\lambda)$,

解得, $\lambda = \frac{1}{2}, y = 1$.

故选: C.

15. (3分) 【答案】 B

【解析】 根据不等式的性质对给出的每个命题分别分析、判断后可得结论.

【详解】

